

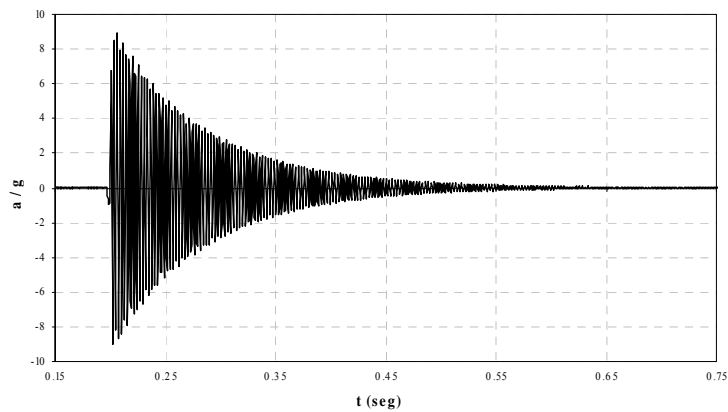


U.D. Resistencia de Materiales, Elasticidad y Plasticidad  
Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras  
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad Politécnica de Madrid

## ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE ESTRUCTURAS

### Práctica de análisis modal experimental

Curso 2010-2011



Carlos Zanuy Sánchez  
Dr. Ingeniero de Caminos, C. y P.

Madrid, diciembre 2010

## 1. Introducción

Uno de los campos más delicados en la instrumentación de estructuras es la toma de medidas dinámicas, tanto por las especificaciones que deben emplearse (velocidad de muestreo, tiempo de muestreo, capacidad de almacenamiento de datos, medida de parámetros dinámicos como aceleraciones, etc.) como por el tratamiento que debe hacerse después con las señales medidas, y que implica un abanico muy amplio de posibilidades relacionadas fundamentalmente con el análisis en el dominio de la frecuencia.

Una de los usos que permite la toma de medidas dinámicas es el análisis modal experimental. Mediante esta técnica, basada en el análisis en el dominio de la frecuencia, se pueden determinar las propiedades dinámicas de una estructura (frecuencias propias, modos de vibración, amortiguamiento, etc.). La determinación experimental de las propiedades dinámicas de una estructura tiene un campo de aplicaciones ingenieriles muy amplio. Entre ellas, destaca la posibilidad de detectar el posible daño estructural de una forma no destructiva. Sin necesidad de realizar una costosa prueba de carga o un ensayo destructivo, se puede medir la respuesta de una estructura ante una excitación dinámica. Al medir su respuesta en términos de aceleraciones, se pueden determinar en el dominio de la frecuencia variables como las frecuencias propias, las cuales se pueden expresar como una relación (rigidez/masa)<sup>1/2</sup>. Si se detecta un cambio en las frecuencias propias, ello se puede correlacionar con una pérdida de rigidez estructural (ya que, en general, la masa de la estructura no varía).

En esta práctica de laboratorio nos limitaremos a la medida de la frecuencia principal y el amortiguamiento de un elemento estructural que consistirá en una viga metálica. En el laboratorio, cada alumno excitará la viga mediante un impacto con martillo, midiendo la vibración libre resultante en términos de aceleraciones. Posteriormente, en casa, el alumno realizará la transformada de Fourier de la medida para, en el dominio de la frecuencia, determinar la frecuencia principal y después el amortiguamiento. Se debe entregar un informe con los resultados obtenidos, en el formato disponible en moodle (<https://moodle.upm.es>), subiendo el archivo elaborado en la fecha señalada en el apartado 5.

## 2. Objetivos

Los objetivos que se persigue alcanzar mediante la realización de la presente práctica son los siguientes:

- Comprender las técnicas de análisis modal experimental para determinar las propiedades dinámicas de un elemento estructural.
- Comprender el uso de un equipo de medidas dinámico para la medición de aceleraciones (uso de acelerómetros, excitación de la estructura, funcionamiento del equipo de adquisición de datos).
- Utilizar correctamente un programa que calcula la transformada de Fourier de una serie de valores, entendiendo el paso del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia.

## 3. Material para el uso en la práctica

- Equipo de toma de medias dinámico del Laboratorio de Estructuras MGC plus (HBM) con capacidad de hasta 128 canales y velocidad de muestreo de 2400 Hz. Acelerómetro piezo-resistivo Brüel & Kjaer tipo 4573 de rango  $\pm 30g$ . Martillo para aplicar impactos tipo Kistler.
- Perfil metálico HEB-100 de 0.90 m de longitud.
- Programa PEADOF de análisis en el dominio de la frecuencia, desarrollado por el Profesor Rafael Fernández Díaz-Munío<sup>1</sup>.
- Archivo para la elaboración del informe de la práctica que el alumno debe entregar con los resultados finales. Disponible en la página de moodle.

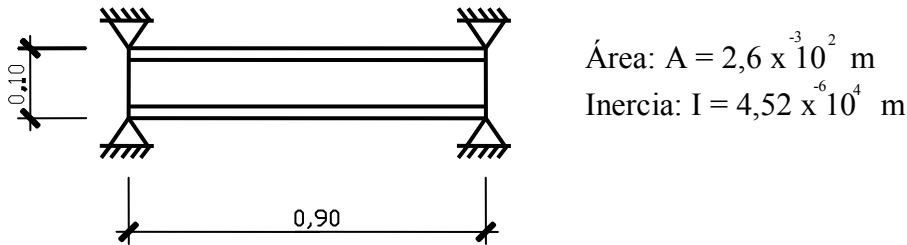
---

<sup>1</sup> El programa PEADOF se encuentra disponible en la página de moodle. Su uso libre se limita a objetivos educativos de estudiantes.

#### 4. Descripción de la práctica

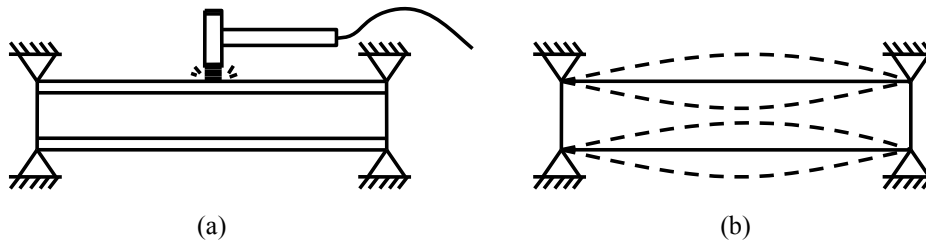
##### 4.1. Trabajo en el laboratorio

En el Laboratorio de Estructuras se llevará a cabo la fase de toma de datos. Se dispone de la viga metálica representada en la Fig. 1, cuya sección se corresponde con la de un perfil HEB-100. Las principales propiedades mecánicas de la viga también se indican en la Fig. 1. La viga se encuentra apoyada en sus extremos mediante rodillos metálicos.



**Fig. 1.** Dimensiones y principales propiedades mecánicas de la viga a estudiar.

De dicha viga se desean conocer sus propiedades dinámicas, en particular la primera frecuencia propia y el amortiguamiento. Para ello, se va a excitar la viga mediante un impacto con martillo. El impacto se aplicará por parte de cada alumno en el centro de la viga (Fig. 2a). El impacto ha de ser seco (corto pero firme, simulando una carga de tipo impulsivo) y vertical. De esta manera, la viga se excitará fundamentalmente según su primer modo de vibración (Fig. 2b). La oscilación libre de la viga durará un espacio pequeño de tiempo, y se disipará por el amortiguamiento.



**Fig. 2.** Excitación de la viga mediante impacto: (a) Impacto con martillo en el centro de vano; (b) Esquema de vibración de la viga tras el impacto.

Para la medida de la respuesta de la vibración, se ha dispuesto un acelerómetro en la viga, tal y como indica la Fig. 3. Mediante dicho sensor, se mide la aceleración vertical en ese punto. El equipo de toma de medidas está programado para medir con una velocidad de muestreo de 2400 Hz (es decir, 2400 datos por segundo, o lo que es lo mismo, se mide un valor de la aceleración cada  $4,16 \times 10^{-4}$  segundos). Las medidas se tomarán durante un tiempo de 1 segundo, suficiente para que la vibración se haya amortiguado completamente. El archivo de medidas generado estará disponible para cada alumno en la página de moodle en formato de hoja de cálculo.

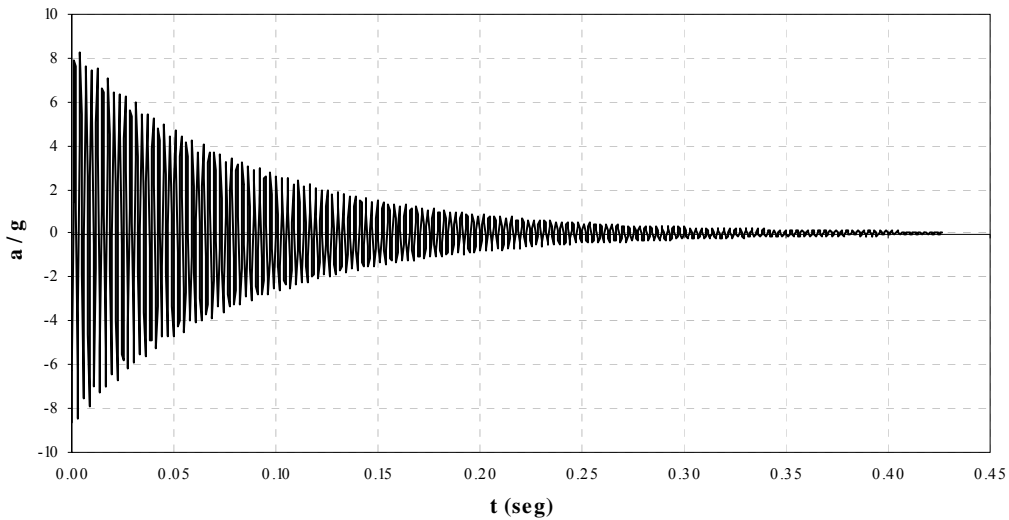


**Fig. 3.** Vista de la viga con el acelerómetro posicionado.

#### 4.2. Trabajo en casa

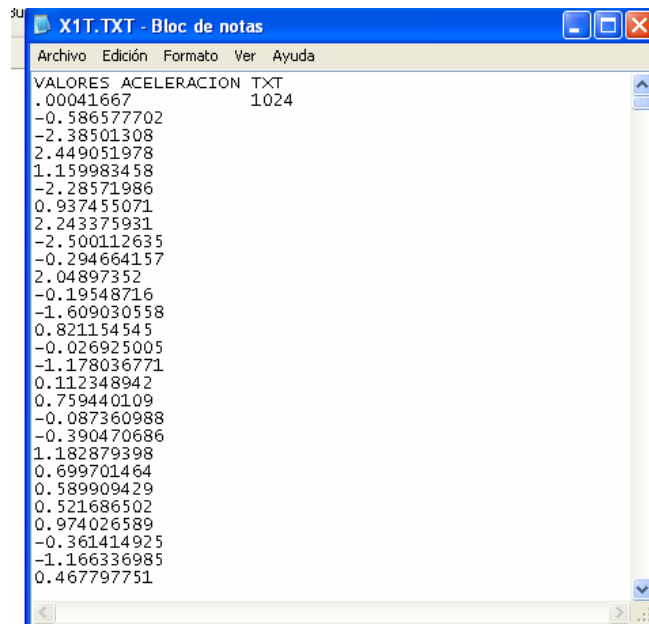
- **Cálculo de la frecuencia principal de vibración**

En casa, el alumno llevará a cabo el análisis de la respuesta de la viga. Para ello, en primer lugar, cada alumno se ha de descargar el archivo de medidas tomadas en el laboratorio. El archivo será una hoja de cálculo, y su nombre vendrá dado por el número de matrícula de cada alumno. El archivo está compuesto por dos columnas: la primera representa en tiempo en segundos, y la segunda representa la aceleración medida (como múltiplo de la gravedad, es decir, a/g). En la Fig. 4 se muestra la forma de la gráfica de la aceleración sobre el tiempo si se representan los valores medidos.



**Fig. 4.** Representación de la aceleración en el dominio del tiempo.

Para el cálculo de las frecuencias propias, se debe tener en cuenta que éstas se pueden obtener por los picos de la función denominada densidad espectral de potencia (PSD: power spectral density) en el dominio de la frecuencia. Para pasar del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, es necesario realizar la transformada discreta de Fourier de la serie de aceleraciones medida. Para ello emplearemos el programa PEADOF.



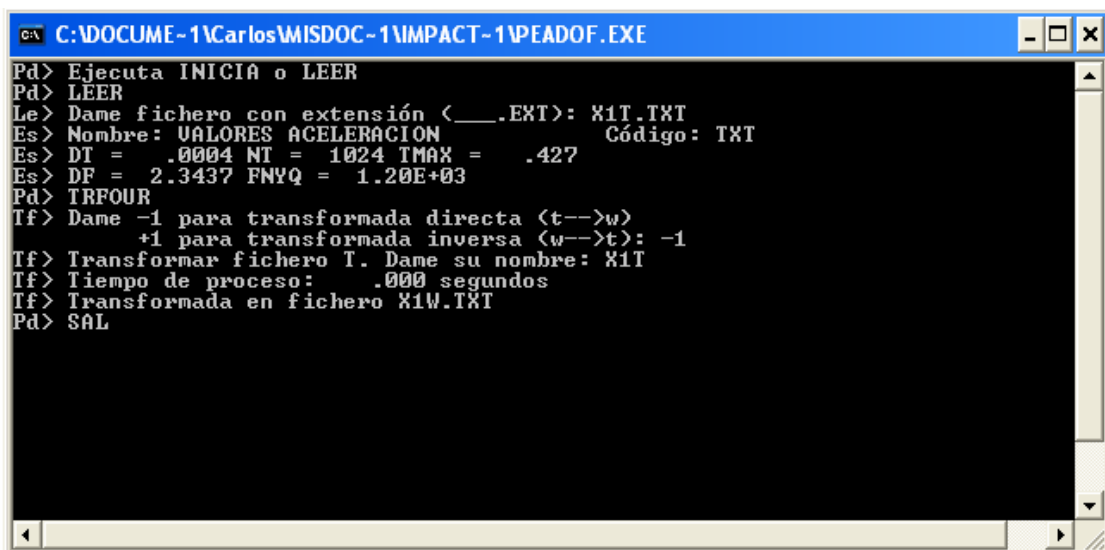
**Fig. 5.** Archivo de texto con la aceleración medida para leer con el programa PEADOF.

El programa PEADOF realiza la transformada rápida de Fourier (FFT) a partir de un archivo de texto que contiene una serie discreta de medidas en el dominio del tiempo. El archivo de texto a construir tiene que presentar el formato indicado en la Fig. 5. La primera línea contiene un título o una frase con la que podamos identificar el archivo. La segunda línea contiene dos valores: el primero es el intervalo del tiempo en el que se han tomado las medidas de la aceleración (si las medidas se han tomado con una frecuencia de 2400 Hz, este intervalo es  $\Delta t = 1/2400 = 4.166667 \times 10^{-4}$  segundos); el segundo valor es el número de medidas a introducir. Lo normal es introducir 1024 medidas (o 512 o 2048). A partir de la tercera fila se escriben las 1024 medidas de la aceleración tomadas. En caso de que las medidas tomadas sean menos que 1024, y que la señal medida esté totalmente amortiguada, se debe rellenar con ceros hasta alcanzar 1024 datos. A este archivo le denominaremos X1T.TXT.

Para obtener la FFT de la serie de medidas, se han de ejecutar los siguientes comandos con el PEADOF<sup>2</sup>:

- Abrir el PEADOF (haciendo doble clic en su icono). **Importante:** El programa PEADOF debe estar en la misma carpeta en la que está el archivo de texto a leer X1T.TXT.
- Escribir el comando LEER, ya que se va a leer el archivo de texto con las medidas tomadas.
- Cuando el PEADOF pregunte el nombre del archivo que se va a leer, teclear X1T.TXT.
- A continuación, teclear el comando TRFOUR para pedir al programa que calcule la transformada de Fourier.
- El programa pide después que se pulse -1 ó +1 según se quiera calcular la transformada directa o la transformada inversa. Dado que lo que se desea es obtener la transformada directa, teclear -1.
- Al ser preguntados por el archivo a transformar, teclear X1T (sin la extensión).
- Si todo es correcto, el programa calcula la transformada rápida y la escribe en un archivo de texto denominado X1W.TXT.
- Para salir del PEADOF, se teclea SAL.

En la Fig. 6 se muestra la serie de comandos a emplear en el PEADOF.



```

C:\DOCUME~1\Carlos\MSDOC~1\IMPACT~1\PEADOF.EXE
Pd> Ejecuta INICIA o LEER
Pd> LEER
Le> Dame fichero con extensión (<__.EXT>): X1T.TXT
Es> Nombre: VALORES ACELERACION          Código: TXT
Es> DT = .0004 NT = 1024 TMAX = .427
Es> DF = 2.3437 FNYQ = 1.20E+03
Pd> TRFOUR
If> Dame -1 para transformada directa (t-->w)
      +1 para transformada inversa (w-->t): -1
If> Transformar fichero T. Dame su nombre: X1T
If> Tiempo de proceso: .000 segundos
If> Transformada en fichero X1W.TXT
Pd> SAL
  
```

Fig. 6. Programa PEADOF. Serie de comandos a ejecutar.

El archivo resultante con la transformada rápida X1W.TXT está formado por las siguientes partes (ver Fig. 7). En la primera línea aparece el mismo título que se escribió en la primera línea del archivo X1T.TXT. En la segunda línea aparecen el incremento de tiempo  $\Delta t$  del archivo original X1T.TXT y el número de puntos de los que consta la transformada. A partir de la tercera línea aparece la FFT en cuatro columnas. Las dos primeras columnas indican las partes real e imaginaria de la FFT. Las filas tercera y

<sup>2</sup> El programa PEADOF permite muchas más posibilidades que las empleadas en esta práctica. Entre ellas, la capacidad de graficar los datos en el dominio del tiempo y de la frecuencia mediante el comando GRAF. Los interesados pueden consultar el manual de instrucciones en la página web del Prof. Rafael Fernández Díaz-Munío (<http://ingstruct.mecanica.upm.es/node/17>)

cuarta indican el módulo y la fase de la FFT. El archivo de texto se puede abrir fácilmente con una hoja de cálculo para realizar las siguientes operaciones.

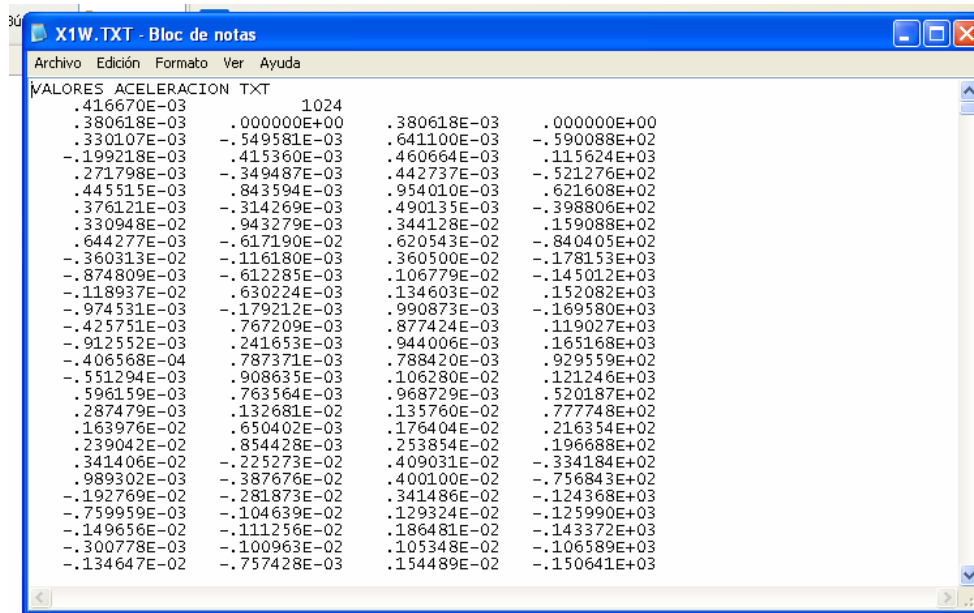


Fig. 7. Archivo de texto X1W.TXT con la transformada rápida de Fourier calculada por el PEADOF.

Una vez obtenida la transformada de Fourier de la aceleración ( $A(\Omega)$ ), la PSD se calcula como sigue:

$$PSD = \frac{1}{2\pi\Delta f} A(\Omega) A^*(\Omega)$$

donde  $\Delta f$  es el intervalo de frecuencias en el que queda expresada la transformada de Fourier de la aceleración (en el caso de que las medidas se hayan tomado con una frecuencia de muestreo de 2400 Hz y que la FFT se haya obtenido a partir de 1024 datos, se tiene  $\Delta f = 2400 / 1024 = 2.34$  Hz) y  $A^*(\Omega)$  es el conjugado de  $A(\Omega)$ . Esto quiere decir que el producto  $A^*(\Omega)A(\Omega)$  es equivalente al módulo de  $A(\Omega)$  elevado al cuadrado. En la Fig. 8 se representa un ejemplo de PSD en el dominio de la frecuencia. Las frecuencias propias se identifican por los picos de la PSD (peak picking).

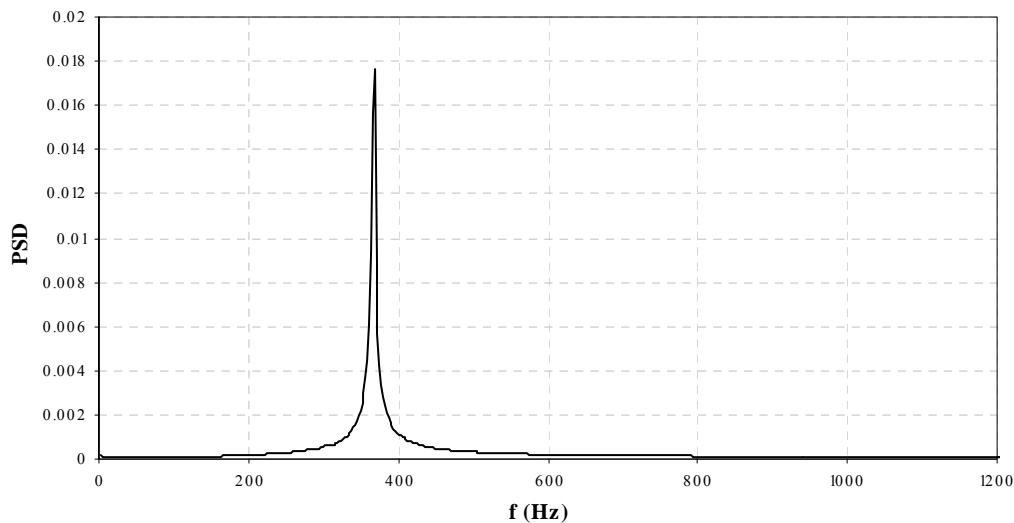


Fig. 8. Representación de la Power Spectral Density.

- **Cálculo del amortiguamiento**

Para el cálculo del amortiguamiento se utilizará el decremento logarítmico. Para ello se identificarán los picos de la señal de aceleraciones medida ( $t_i, a_i$ ), como se indica en la Fig. 9 (**importante:** para calcular el amortiguamiento, la señal tiene que expresarse en  $m/s^2$ , no de forma relativa  $a/g$ ). Para que la tarea no sea muy tediosa, sólo se cogerán uno de cada dos o tres picos, tomando al menos diez picos en total. A continuación se obtiene el logaritmo neperiano de la medida  $y_i = L(a_i)$  y el tiempo adimensional  $\tau_i = t_i f$ , donde  $f$  es la frecuencia de vibración determinada en los párrafos anteriores. Con el conjunto  $(\tau_i, a_i)$  se obtiene la recta de regresión lineal  $y = m\tau + n$ , y la pendiente obtenida será el decremento logarítmico buscado:  $\delta = -m$ , como se representa en la Fig. 10. El coeficiente de amortiguamiento se obtiene después como:

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}}$$

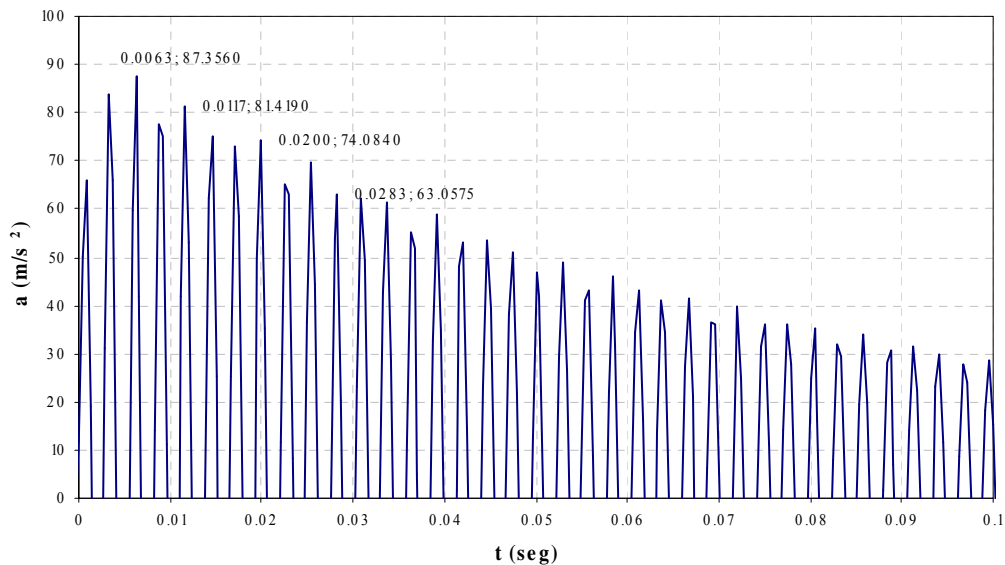


Fig. 9. Obtención de los picos de la señal medida.

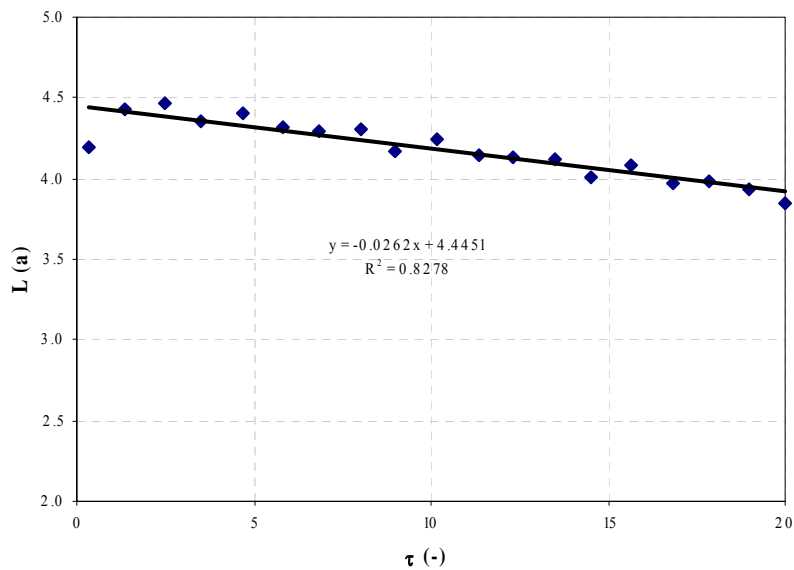
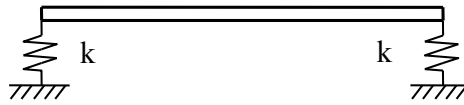


Fig. 10. Obtención del amortiguamiento logarítmico.

- **Cuestiones adicionales**

En el informe a entregar por los alumnos, se debe realizar el proceso descrito en los párrafos anteriores para identificar la frecuencia principal de vibración y el amortiguamiento de la viga analizada. Se completará el modelo de informe disponible en la página de moodle. En el informe se ha de responder a las siguientes cuestiones adicionales:

- Cálculo analítico de la primera frecuencia propia de la viga suponiendo que está simplemente apoyada, siguiendo la metodología impartida en clase durante el curso.
- Comparar el valor de la frecuencia propia obtenido experimentalmente y el calculado analíticamente.
- Señalar a qué puede ser debida la diferencia entre ambos valores. Recomendación: suponer que los apoyos no son perfectamente rígidos, sino que en ellos existen unos muelles elásticos de constante  $k$  (Fig. 11). En este modelo de 2 grados de libertad, calcular la constante  $k$  para que la primera frecuencia propia sea la medida en el laboratorio.



**Fig. 11.** Viga con apoyos elásticos en los extremos.

## 5. Evaluación

La correcta realización de la práctica, que se evaluará en función de la calidad del informe entregado y de la actitud en el laboratorio, permitirá la superación de las preguntas del examen correspondientes al tema 6 de la parte de Instrumentación. La fecha límite de entrega del informe será el 31 de mayo. La entrega se realizará mediante la plataforma moodle.