

La Unidad Docente de Resistencia organiza este curso rápido de prácticas de la asignatura *Resistencia de Materiales, Elasticidad y Plasticidad*. Va dirigido a los alumnos que tienen pendiente la asignatura de tercer curso de Ingeniero de Caminos, para la cual ya no hay clases oficiales.

El curso se impartirá los lunes y viernes de 16 a 18 h en el aula 3.

A continuación se publican los problemas que se resolverán en la primera parte, *Resistencia*, para la cual hay programadas 9 clases. Más adelante se publicarán los problemas de *Plasticidad y Elasticidad*.

Se han seleccionado problemas de antiguos exámenes que parecen relevantes con el objetivo de que el alumno entienda los fundamentos de la asignatura y aprenda a aplicarlos para resolver después otros problemas con soltura. No hay, sin embargo, garantía ni intención de que los problemas que se propongan en los exámenes futuros se parezcan a los resueltos en este curso rápido. El objetivo del curso **no** es que el alumno memorice técnicas de resolución de problemas.

Profesores	Tutorías	
	Horario	Lugar
Rafael Fernández Díaz-Munío	L y J 10,30-13,30	Lab. Estructuras
Pablo de la Fuente Martín	L y M 10,00-13,00	Torre, planta 6 ^a
Antonio Madrid Ramos	J 10,30-13,30, V 16,00-19,00	Lab. Estructuras
José Merodio Gómez	M y X 16,00-19,00	Planta 1 ^a
Juan Carlos Mosquera Feijóo	M y J 11,00-14,00	Lab. Sists. Inteligentes
Iván Muñoz Díaz	X y J 11,00-14,00	Lab. Estructuras
Luis Plaza Beltrán	L y V 15,30-18,30	Lab. Estructuras
Carlos Zanuy Sánchez	J y V 11,00-14,00	Lab. Estructuras

Prácticas de Resistencia 13-14

Clase 1. Esfuerzos

1) Dibujar y acotar las leyes de esfuerzos de las vigas cargadas de las figuras 1a y 1b.
(Examen abril 2013).

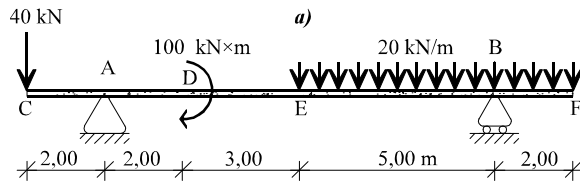


Figura 1a

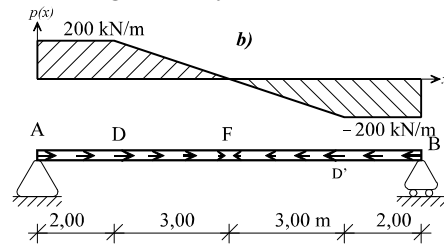


Figura 1b

2) Dibujar y acotar las leyes de esfuerzos en el pórtico triarticulado de la figura 2 para las siguientes cargas:

a) Puntual sobre el nudo R.

b) Repartida sobre la viga AR

Para este último caso, comprobar el equilibrio de esfuerzos en R.

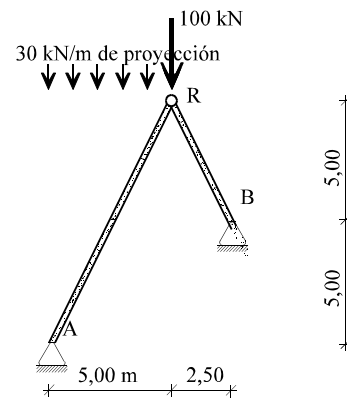


Figura 2

3) Dada la ley de momentos flectores de la figura 3, encontrar las cargas que la producen.

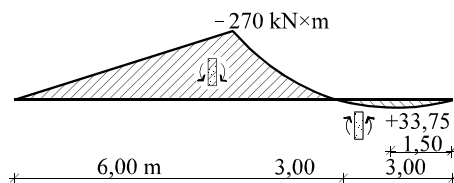


Figura 3

Clase 2. Tensiones

4) La viga de la figura 4a) se proyecta inicialmente con la sección en T de la figura 4b) para resistir la sobrecarga q_0 dada en la propia figura 4a) sin superar la tensión admisible de ± 20 MPa. Posteriormente se precisa incrementar la sobrecarga Δq_0 (figura 4c)), por lo que se decide reforzar la sección como se muestra en la figura 4d) en la longitud de viga que se determine necesario. Esto se hará *sin descargar* la sobrecarga inicial q_0 . Se pide:

a) Dibujar y acotar la distribución de tensiones normales en la sección más solicitada de la viga en la situación inicial (sobrecarga q_0 y sección sin reforzar).

b) Determinar qué zona(s) de la viga es preciso reforzar para soportar la nueva sobrecarga $q_0 + \Delta q_0$ sin sobrepasar la tensión de 20 MPa. Mostrar en un croquis acotado la(s) zona(s) que precisa(n) refuerzo.

c) Dibujar y acotar la distribución de tensiones normales en la sección reforzada más solicitada.

d) Calcular el valor de la máxima tensión tangencial en el pegamento que une el refuerzo a la viga.

(Examen junio 2013.)

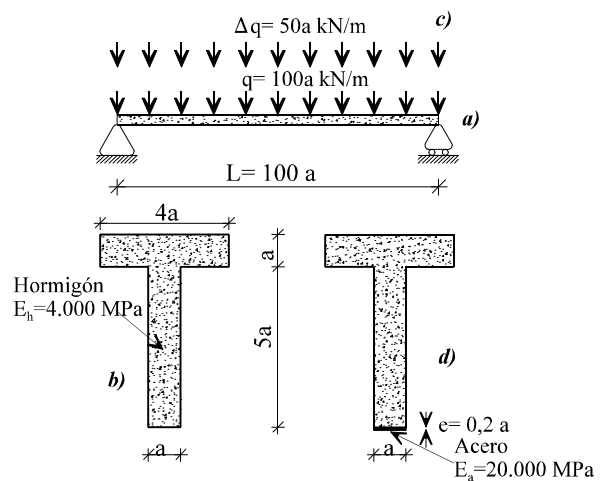


Figura 4

5) Las ménsulas que soportan el forjado de un mirador de una autovía se resuelven mediante una viga metálica armada (figura 5a) cuya sección se representa en la figura 5b). La ménsula se puede considerar sometida a una carga uniformemente distribuida de valor q . Se pide:

- 1) Obtenga el mínimo valor del ancho del ala b para que la tensión normal máxima no sobrepase la tensión admisible $\sigma_{adm} = 200 \text{ MPa}$.
- 2) Obtenga el mínimo valor del ala b de forma que la flecha en el extremo libre no sobrepase el valor de $L/100$.
- 3) Para el b que cumpla las condiciones de los apartados 1 y 2, dibuje y acote el diagrama de tensiones tangenciales en la sección que las tenga mayores. Demuestre el equilibrio tensional en la unión ala inferior-alma entre ambos extremos. (Examen julio 2.013.)

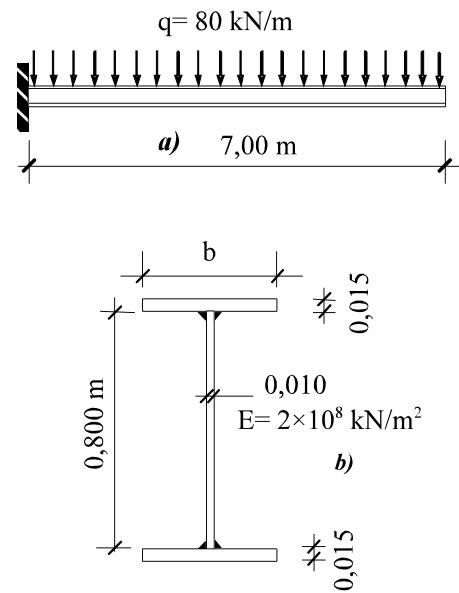


Figura 5

Clases 3. Movimientos

6) La viga biapoyada AB de la figura 6 sufre la ley de momentos flectores mostrada. Se pide dibujar la deformada de la viga a estima y acotar sobre ella el valor del giro en su extremo B , θ_B . (Examen enero 2.013.)

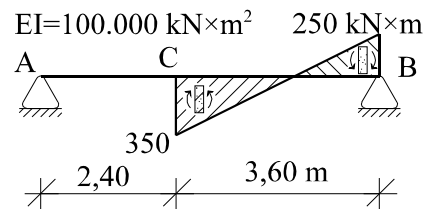


Figura 6

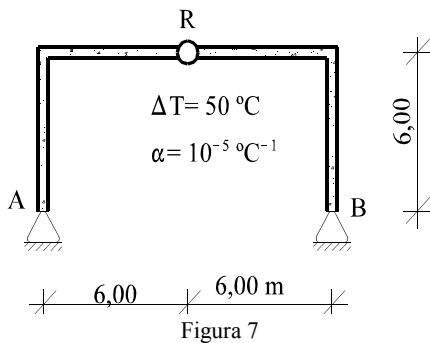


Figura 7

7) El pórtico triarticulado de la figura 7 sufre el incremento de temperatura uniforme indicado en la propia figura. Se pide dibujar su deformada a estima y acotar sobre ella el movimiento vertical v_R de la rótula R . (Examen enero 2.013)

8) La estructura de la figura 8 consta de la ménsula AC atirantada por el cable BC . Bajo la acción de ciertas cargas, el tirante adquiere la deformación unitaria que se anota en la figura. Se pide calcular el movimiento vertical v_C . (Examen enero 2.013)

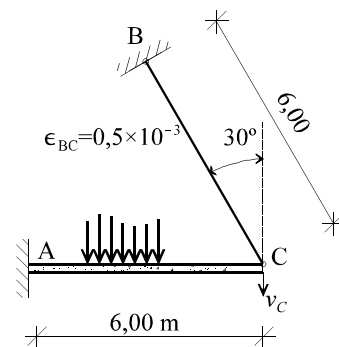


Figura 8

- 9) Dibujar la deformada de la viga de la figura 9 y acotar sobre ella los movimientos y giros de todos los puntos con nombre para las siguientes hipótesis de carga:
 - a) Un descenso del apoyo B , $\delta_B = 5 \text{ mm}$.
 - b) Una curvatura impuesta $\chi = -1 \text{ mrad/m}$ en toda la longitud de la viga.
 - c) La carga puntual mostrada en la figura.

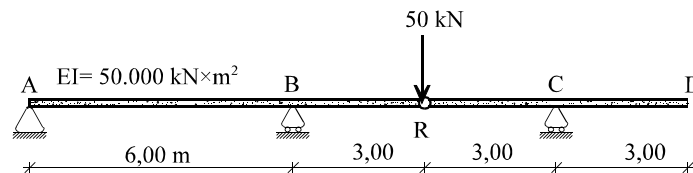


Figura 9

Clase 4. Hiperestáticas

10) La estructura de la figura 10 consiste en una viga CD atirantada en su centro de vano E por un cable BE , el cual se sujeta en su otro extremo a un mástil vertical AB . Las rigideces EI de la viga y del mástil y la rigidez EA del cable se dan en la propia figura. La viga CD soporta la sobrecarga uniforme que también se muestra en la figura. Se pide:

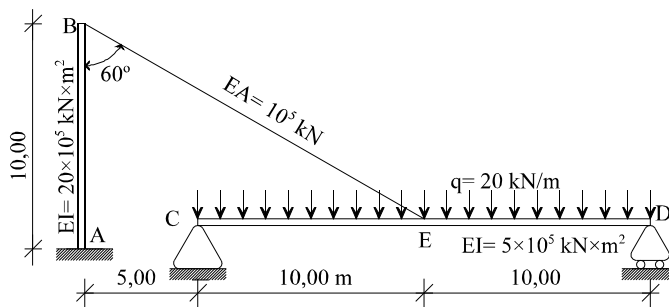


Figura 10

- a) Determinar el esfuerzo axial en el cable.
- b) Dibujar y acotar las leyes de esfuerzos axiles y flectores en las tres piezas. En la viga CD se acotará la ley de momentos flectores en el centro y en los cuartos de la luz.
- c) Calcular la flecha vertical del punto E .

Fórmulas de utilidad

Flecha en el centro de viga biapoyada con carga puntual P en el centro y repartida q :
$$v = \frac{PL^3}{48EI} + \frac{5qL^4}{384EI}$$

Flecha en extremo de ménsula con carga puntual P en el extremo:
$$v = \frac{PL^3}{3EI}$$

(Examen febrero 2001.)

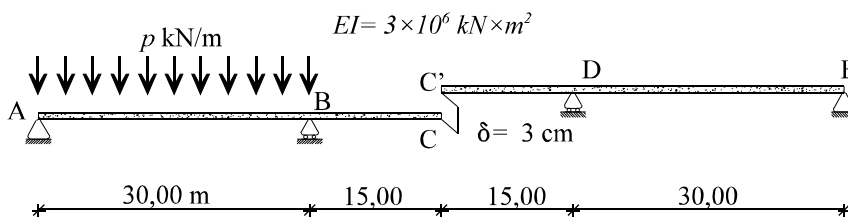


Figura 11

11) La viga de la figura 11 se construye en dos tramos, ABC y $C'DE$, que después se unen. Sin embargo, por un error de construcción, el punto C' está δ cm más alto que el C (ver figura). Para corregir este error se hace subir el punto C hasta C' cargando el vano AB con una cierta sobrecarga uniforme p . A continuación, cuando C coincide con C' , se unen ambos tramos y se consigue la continuidad en $C-C'$ (si bien quedará un punto anguloso). Finalmente se retira la sobrecarga p que actuaba sobre AB . Se pide:

- a) Determinar el valor de la sobrecarga p que hay que aplicar para elevar C la cantidad δ indicada en la figura.
- b) Dibujar y acotar la ley de momentos flectores cuando la viga está completa pero aún no se ha retirado la sobrecarga p .
- c) Dibujar y acotar la ley de momentos flectores una vez retirada la sobrecarga p .

Nota: No se considera el peso propio.

(Examen febrero 2.002.)

Clase 5. Líneas de influencia (1ª de 2)

12) La viga de la figura 4 es de rigidez variable y desconocida. Experimentalmente medimos los movimientos v_C , v_D y θ_B producidos por la carga P de la figura 4a. Se pide escribir (en función de P , v_C , v_D y θ_B) la expresión de la flecha v_C^* en C para las cargas de la figura 4b.

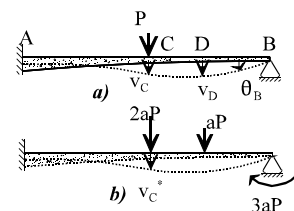


Figura 12

(Examen febrero 2.012.)

13) Para la viga de la figura 13 se pide:

a) Dibujar la línea de influencia de la reacción en A y acotar sus valores en las secciones con nombre para carga vertical unidad hacia abajo.

b) *Íd.* para la línea de influencia del esfuerzo cortante a la derecha de la sección B .

c) *Íd.* para la línea de influencia del momento flector en la sección B .

d) *Íd.* para la línea de influencia del giro en B .

e) *Íd.* para la línea de influencia de la flecha en R .

En los dibujos anteriores debe quedar claro cómo se curva cada tramo y qué tramos son rectos.

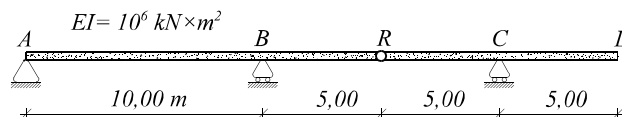


Figura 13

14) Para la viga continua de la figura 14a) se pide:

a) Dibujar a estima la línea de influencia del momento flector en el punto medio M del vano central. Se debe indicar qué tramos son rectos y cuáles curvos.

b) Calcular el valor del máximo momento flector *negativo* que puede producir en M la carga puntual de la figura 14b.

c) Calcular el valor del máximo momento flector *positivo* que puede producir en M la carga puntual de la figura 14b.

d) Usar los resultados de b) y c) para acotar en todos los puntos con nombre la línea de influencia dibujada en a).

(Examen septiembre 2.013.)

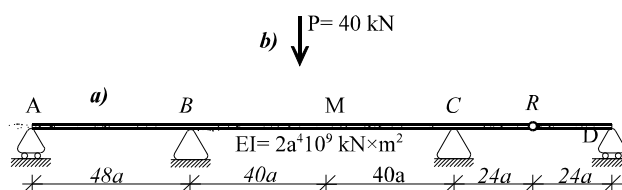


Figura 14

Clase 6. Líneas de influencia (2ª de 2)

15) Para la viga de la figura 15, empotrada-apoyada y con rótula en su punto medio, se pide calcular el máximo momento flector en valor absoluto, con su signo, que puede producir en A la carga uniforme dada que se puede extender sobre cualquier tramo de AB . (Examen diciembre 2.012.)

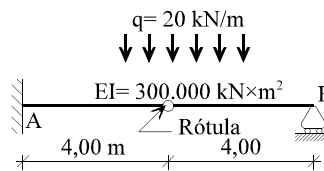


Figura 15

16) Dibujar a estima la línea de influencia del giro θ_B del extremo B de la viga de la figura 16. Acotar su valor para carga vertical unidad en la rótula R .

(Examen febrero 2.012)

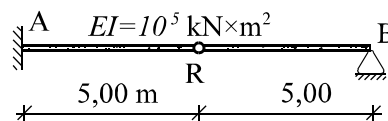


Figura 16

17) Para la viga continua de la figura 17a se pide:

a) Dibujar y acotar la ley de momentos flectores producida por la sobrecarga uniforme de la figura b) (que actúa solamente en el intervalo BC).

b) Dibujar a estima la línea de influencia de la reacción M_A , momento en el empotramiento A y obtener sus expresiones analíticas en el tramo BC , (en función de la coordenada x medida desde B , figura 17c para una carga vertical unidad.

c) Calcular los valores máximos positivo y negativo de M_A que puede producir una sobrecarga uniforme de igual magnitud que la de la figura 17b pero ocupando cualquier zona de AC .

(Examen diciembre 2.010.)

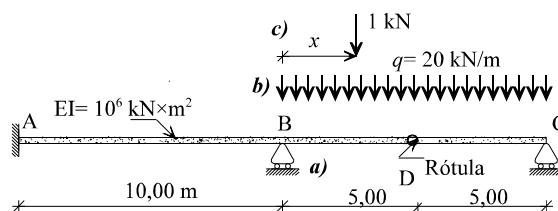


Figura 17

Clase 7. Pórticos

18) El pórtico de la figura 18 es de rigidez EI constante y se desprecian en él las deformaciones por esfuerzo axial. Se pide dibujar un croquis con las reacciones en el apoyo A acotadas en magnitud y sentido.

(Examen febrero 2.013.)

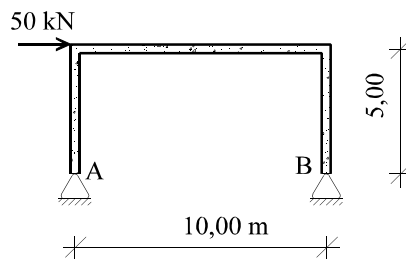


Figura 18

19) Para el pórtico de la figura 19a, se pide:

a) Calcular las reacciones horizontales y dibujar y acotar la ley de momentos flectores.

b) Determinar qué valor H_B de las reacciones horizontales optimizaría la ley de momentos flectores en el pórtico (haría mínimo el valor pésimo).

c) Calcular cuánto habría que aproximar los apoyos entre sí para conseguir el valor anterior y dibujar la ley de momentos flectores que resultaría con el pórtico descargado.

d) Si el terreno de los apoyos no pudiera darnos la H_B deseada, podríamos atirantar el pórtico como en la figura 19b. Calcular la sección A del tirante para que sometido al esfuerzo T_{opt} (que optimiza la ley de momentos flectores) resulte en él la tensión admisible dada en la figura 19b.

e) Calcular qué esfuerzo T se produciría realmente en el cable con la sección anterior.

f) Calcular qué acortamiento δ habría que darle al cable para que nos diera la T_{opt} .

g) Con el acortamiento anterior, calcular el esfuerzo T en el tirante y dibujar la ley de momentos flectores con el pórtico descargado.

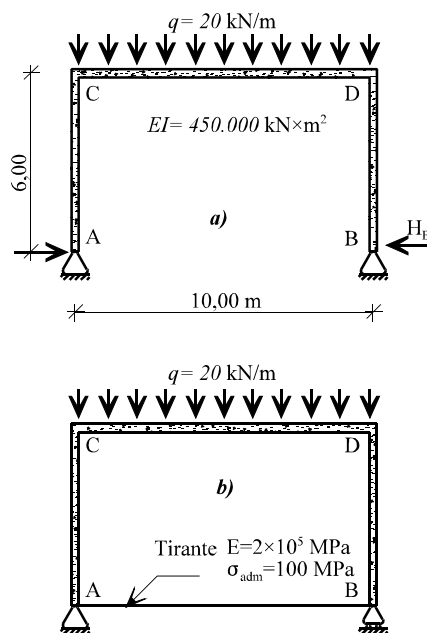


Figura 19

Clase 8. Arcos

20) La figura 5 muestra el arco antifunicular de la carga dada. Se pide: calcular la cota y_D que ha de tener el punto D y el valor del máximo esfuerzo axial.

(Examen diciembre 2.012.)

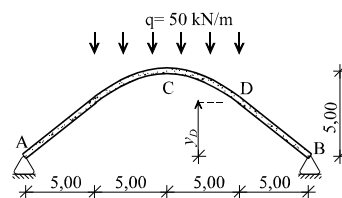


Figura 20

21) Sobre la estructura de la figura 21a actúa una carga uniformemente repartida por unidad de proyección horizontal. La estructura es de sección variable; la rigidez varía según la ley indicada en la figura. Se desprecian los acortamientos debidos a los esfuerzos axiales.

a) Obtenga la ecuación de la directriz $y(x)$ para que la estructura de la figura 21a se comporte como un arco antifunicular de la carga dada q_1 .

b) Dibuje y acote las leyes de esfuerzos para el caso anterior. Dibuje a estima la deformada.

c) El arco obtenido en el apartado anterior es sometido a una carga vertical uniforme en la mitad de su luz de valor q_2 (figura 21b). Calcule las reacciones y dibuje y acote las leyes de esfuerzos. Dibuje a estima la deformada.

(Examen junio 2.013.)

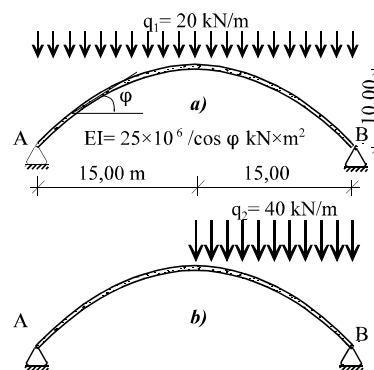


Figura 21

22) El anillo de la figura se ve sometido a las cuatro cargas puntuales $P = 100$ kN indicadas, además de una deformación impuesta causada por un incremento térmico de $\Delta T = 25^\circ\text{C}$. El coeficiente de dilatación térmica es $\alpha = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Se pide:

- Obtener la expresión analítica, dibujar y acotar la ley de momentos flectores.
- Obtener el desplazamiento en dirección radial de los puntos bajo las cargas puntuales.
- Dibujar la deformada a estima.

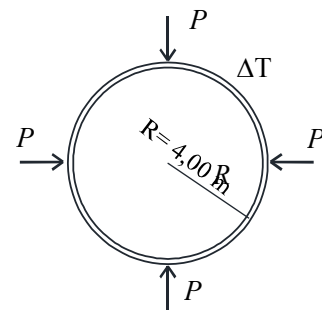


Figura 22

Clase 9. Ecuaciones

23) Se da la siguiente la función:
$$u(x) = \frac{p_0 L^2}{6EA} \left[1 - \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right]$$

que puede ser la ley de movimientos axiales de una barra sometida a una cierta carga axial $p(x)$ continua (figura 23a), a determinar. Se pide:

- Probar que $u(x)$ cumple la ecuación diferencial de la barra, y obtener la expresión de $p(x)$ para que esto suceda. Dibujar dicha $p(x)$.
- Ver qué condiciones de contorno cumple la $u(x)$ dada, si las de la figura b, c o d.
- Dibujar y acotar la ley de esfuerzos axiales de la barra y las reacciones de apoyo.

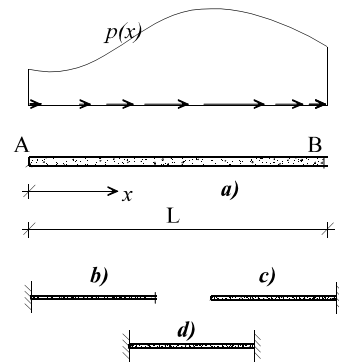


Figura 23

24) Integrar la ecuación diferencial de la viga de la figura 24 para:

- Determinar los valores de las reacciones.
- Dibujar y acotar la ley de momentos flectores, indicando el valor del máximo.
- Calcular la flecha máxima.

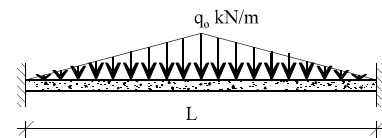


Figura 24