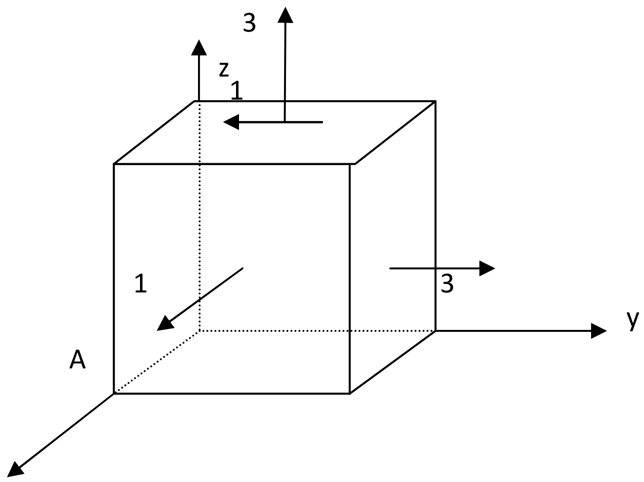
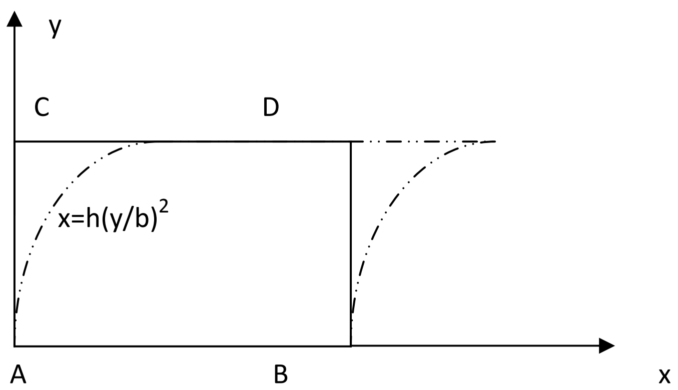
EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS DE ELASTICIDAD AÑO ACADÉMICO 2012-2013

Prob 1. Sobre las caras de un paralepípedo elemental que representa el entorno de un punto de un sólido elástico existen las tensiones indicadas expresadas en MPa. Se pide:

a. Calcular los planos cuyos vectores tensión son perpendiculares a dichos planos así como las componentes intrínsecas de los vectores tensión.
b. Calcular la matriz de transformación que lleva a las direcciones principales.

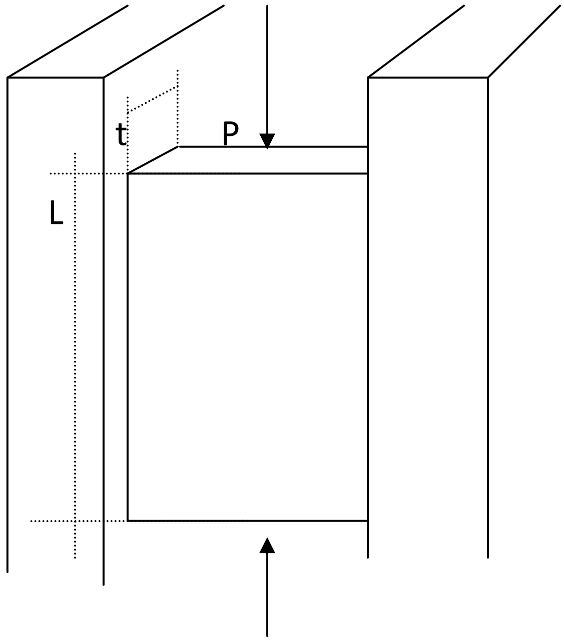


Prob 2. La placa rectangular ABCD se deforma como se indica en la Figura siendo su deformada la dibujada a trazos discontinuos en dicha Figura. Calcule la distorsión angular del ángulo que forman los semiejes positivos x e y en: a) cualquier punto de la placa b) en el centro de la placa y c) en A.



Prob 3. La sección rectangular de dimensiones a x b = 100 x 50 mm de una barra de longitud L= 2 m está sometida a una tracción de 500 kN. Debido a dicha carga, la longitud de la barra experimenta un alargamiento de 1 mm y la dimensión denotada por b una contracción lateral de -0,007 mm. Se pide: 1. Módulo de elasticidad longitudinal de la barra; 2. Coeficiente de Poisson; 3. Variación de la dimensión denotada por a; 4. Dimensiones de la sección recta si se le somete a una tracción de 400 kN.

Prob 4. Una placa de longitud L, anchura b y espesor t está encajada entre dos paredes rígidas tal como se indica en la Figura. Bajo la acción de las fuerza P, se pide las tensiones que se producen en la placa, las deformaciones unitarias y el cambio de volumen. Se considerará un estado homogéneo de tensiones y de deformaciones. El contacto entre la placa y las paredes es liso (sin rozamiento). El material de la placa es de constantes E y ν.

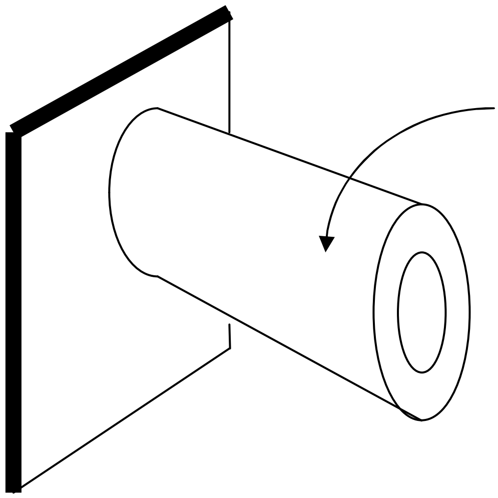


Prob 5. Un tubo cilíndrico de radio exterior c y radio interior b y un cilindro macizo de radio a se construyen con el mismo material. Las constantes elásticas del material son conocidas. El tubo y el cilindro se construyen con la misma longitud axial y el mismo valor del área de la sección transversal. Ambos elementos son sometidos al mismo momento torsor. Se pide: calcular la relación que existe entre los máximos momentos torsores que se pueden aplicar al tubo y al cilindro en los siguientes casos: 1.) la máxima tensión cortante es τ_m; 2.) el máximo ángulo de giro es ϕ_m.

Prob 6. A un cilindro macizo de acero de radio b se le adosa perfectamente un tubo de cobre de radio interior b y radio exterior c. El elemento compuesto trabaja como un único componente al no existir movimiento relativo en la superficie de contacto entre ambos materiales. El cilindro compuesto se utiliza como viga empotrada (Ver Figura 4) aplicándose el momento torsor T en el extremo libre. Se pide:

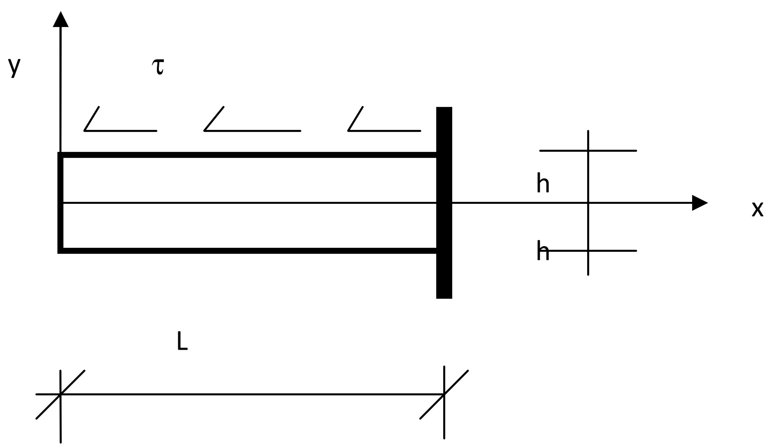
a. Calcular las máximas tensiones cortantes que se producen en el acero y en el cobre.

b. Calcular el ángulo de giro del extremo libre respecto de la sección que está empotrada.



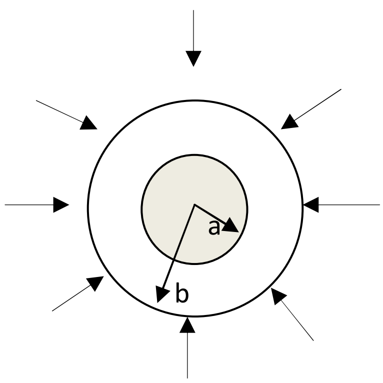
Prob 7. . La viga de la figura de espesor unidad, longitud L y canto 2h está empotrada perfectamente en uno de sus extremos. Se aplica una tensión cortante uniformemente distribuida a lo largo de una de sus secciones de valor τ por unidad de longitud. Considerando la siguiente función de Airy de tensión $\phi = Axy^2 + Bxy^3 + Cxy$ para los ejes dibujados en la figura, se pide:

1. Verificar que la función dada es una función de Airy de tensión. Se indicará claramente la condición que se considere
2. Determinar las condiciones de contorno en tensiones
3. Determinar las condiciones de contorno en desplazamientos



Prob 8. Obtenga las expresiones, en coordenadas cartesianas, de los desplazamientos asociados a un estado de tensión de compresión hidrostático. Deduzca el valor de la constante de Poisson para un medio incompresible.

Prob 9. Un cilindro hueco (un tubo) de gran longitud axial está adosado perfectamente (sin holgura) a un cilindro macizo rígido (indeformable) que también tiene gran longitud axial. Inicialmente las piezas no sufren tensiones ni deformaciones. Se aplica en toda la superficie lateral exterior del tubo una presión de valor p constante. El tubo de constantes elásticas E y ν sufre por la acción de la presión deformaciones infinitesimales. En la Figura se representa la sección transversal del ensamblaje así como la acción de la presión sobre dicha sección transversal. El cilindro macizo tiene un radio de valor a. El radio interior del tubo es de valor a mientras que el radio exterior es de valor b.



Se considera la siguiente función de tensión de Airy en coordenadas polares para la resolución del problema

$\phi = M \log r + N r^2$

donde M y N son constantes, el origen de coordenadas (para la distancia r) está en el centro de los círculos de la Figura y log indica el logaritmo neperiano.

Se pide:

1. Explicar de forma razonada las hipótesis que permiten analizar este ensamblaje como un problema en dos dimensiones.

2. Expresar las componentes del tensor de tensiones en función de las constantes M y N.

3. Expresar los desplazamientos en función de las constantes M y N.

4. Expresar las condiciones de contorno en tensiones y desplazamientos

5. Calcular las constantes M y N.

Para la resolución del problema se considera p = 2 MPa, E = 2 10^8 MPa, ν = 0,25, a= 20 cm, b = 30 cm.

Prob. 10. . Se considera la siguiente función de Airy para la viga curva de espesor unidad de la figura 6 adjunta: $\phi = A \ \ln r + B \ r^2 \ln r + C \ r^2 + D$. Calcule las tensiones en el interior de la viga.