

Examen parcial Resistencia de Materiales, Elasticidad y Plasticidad 2 de febrero de 2012	Apellidos ..... Nombre ..... N°..... Curso 3°
---	---

**Ejercicio 2.** Se recogerá a las 11,00 h aproximadamente.

**a)** La viga empotrada-apoyada de la figura 1 sufre (por una variación térmica) la curvatura impuesta que se da en la figura. Se pide dibujar y acotar las reacciones.

(0,5 puntos)

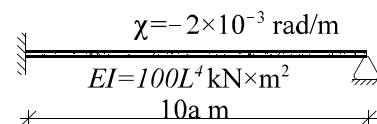


Figura 1

**b)** Calcular la ordenada  $y_C$  del punto  $C$  del pórtico de la figura 2 para que este sea antifuncular de la carga mostrada.

(0,5 puntos)

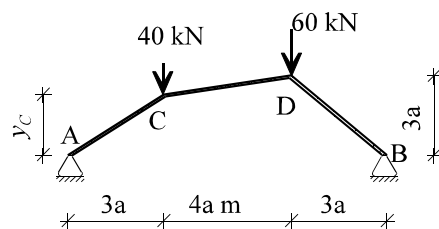


Figura 2

**c)** Dibujar y estimar la línea de influencia del giro  $\theta_B$  del extremo  $B$  de la viga de la figura 3.

(0,5 puntos)

Acotar su valor para carga vertical unidad en la rótula  $R$ .

(0,5 puntos)

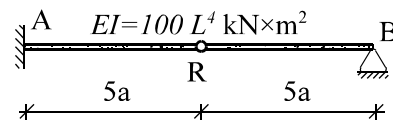


Figura 3

**d)** La viga de la figura 4 es de rigidez variable y desconocida. Experimentalmente medimos los movimientos  $v_C$ ,  $v_D$  y  $\theta_B$  producidos por la carga  $P$  de la figura 4a. Se pide escribir (en función de  $P$ ,  $v_C$ ,  $v_D$  y  $\theta_B$ ) la expresión de la flecha  $v_C^*$  en  $C$  para las cargas de la figura 4b.

(0,5 puntos)

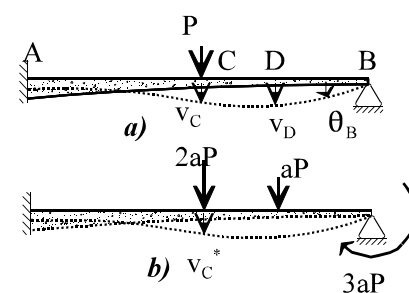


Figura 4

## Soluciones del Ejercicio 2 del examen parcial de 02/02/2012

a) Tomando  $M_A$  como incógnita hiperestática:

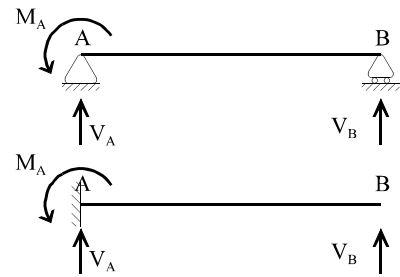
$$\theta_A \equiv \frac{M_A L}{3EI} - \frac{\chi_o L}{2} = 0 \Rightarrow M_A = 1,5EI\chi_o \approx -3000a^4$$

$$V_B = -\frac{M_A}{L} \approx 300a^3 ; V_A = -V_B \approx -300a^3$$

Tomando  $V_B$  como hiperestática:

$$v_B \equiv \chi_o L \frac{L}{2} + \frac{V_B L^3}{3EI} = 0 \Rightarrow V_B = -1,5\chi_o \frac{EI}{L} \approx 300a^3$$

$$V_A = -V_B \approx -300a^3 ; M_A = -V_B L \approx -3000a^4$$



Reacciones positivas

b) Las reacciones verticales son:

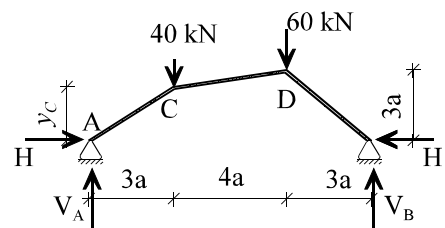
$$V_B = \frac{40 \times 3a + 60 \times 7a}{10a} = 54 ; V_A = 100 - 54 = 46$$

El momento flector en  $D$  ha de ser nulo, por tanto el valor de  $H$  ha de ser:

$$M_D \equiv V_B \times 3a - H \times 3a = 0 \Rightarrow H = 54$$

El momento flector en  $C$  ha de ser nulo, por tanto:

$$M_C \equiv V_A \times 3a - H \times y_C = 0 \Rightarrow y_C = \frac{46}{54} 3a = 2,556a$$



Antifunicular de dos cargas puntuales

c) El aspecto es el de la deformada para  $M_B = 1$  de la figura.

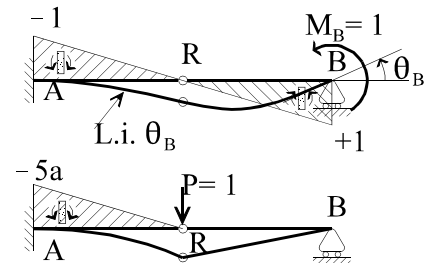
Su valor en  $R$  es:

Método indirecto. Flecha en  $R$  para  $M_B = 1$ :

$$v_R = \frac{1}{2EI} \times 5a \times \frac{2}{3} 5a = \frac{(5a)^2}{3EI} \approx 8,333a^{-2} \times 10^{-6}$$

Método directo. Giro en  $B$  para carga 1 en  $R$ :

$$v_R = \frac{1 \times (5a)^3}{3EI} ; \theta_B = \frac{v_R}{5a} = \frac{(5a)^2}{3EI} \approx 8,333a^{-2} \times 10^{-6}$$



Línea de influencia y cálculos por los métodos indirecto y directo

d) La reciprocidad establece:

$$P \times v_C^* = 2aP \times v_C + aP \times v_D - 3aP \times \theta_B \Rightarrow v_C^* = 2av_C + av_D - 3a\theta_B$$