

## Prácticas Complementarias de Plasticidad 12-13

1. La estructura de la figura 1a) consiste en una barra empotrada en sus extremos que soporta una carga axial  $P$  centrada en la sección situada a los  $2/3$  de su longitud. La sección de la barra es de  $10 \text{ cm}^2$ . Tenemos la opción de utilizar los dos materiales cuyas leyes de tensión-deformación, válidas tanto en tracción como en compresión, se dan en la figura 1b). El material 1 tiene por ley la línea quebrada  $OAB$  en fase de carga, y la descarga se realiza según una paralela a la recta  $OA$ . El material 2 (que supuestamente resulta por estiramiento en frío del 1) tiene por ley la recta  $OAC$ . Se pide:

a) Calcular la carga de rotura  $P_r$  de la barra si se construye con el material 2 (lineal), y dibujar la ley de esfuerzos axiales en el momento de la rotura.

b) Calcular la carga de rotura  $P_r$  de la barra si se construye con el material 1 (elastoplástico), y dibujar la ley de esfuerzos axiales en el momento de la rotura.

c) Dibujar la ley de esfuerzos residuales en la barra si en el caso anterior se descarga desde un valor de  $P$  muy próximo al de rotura. (Examen mayo 99.)

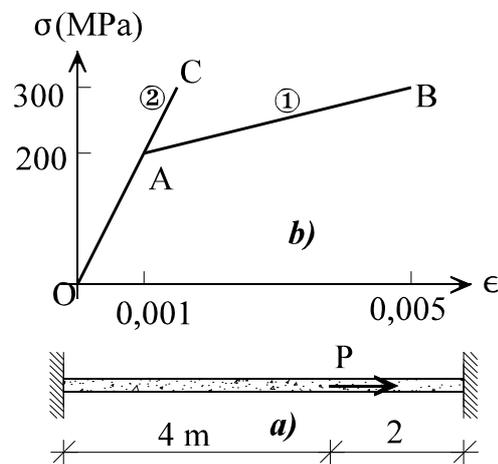


Figura 1

2. La estructura de la figura 2a) consiste en una viga simplemente colgada de dos grupos de cables. La viga es sección rectangular de 15 cm de canto por 10 cm de ancho y los cables son de  $0,9 \text{ cm}^2$  de sección cada uno. El material es el mismo para todos los miembros de la estructura y sus características se muestran en la figura 2b). La estructura soporta una carga  $q$  uniformemente repartida sobre la viga. Se pide:

a) Encontrar el mecanismo de colapso y la carga crítica  $q_{crit}$  (kN/m) de la estructura suponiendo que el material sea infinitamente dúctil ( $\epsilon_r \rightarrow \infty$  en la figura 2b).

b) Determinar la deformación de rotura  $\epsilon_r$  mínima que ha de tener el material para que se mantenga el valor de la carga crítica encontrado en el apartado anterior. (Examen mayo 95.)

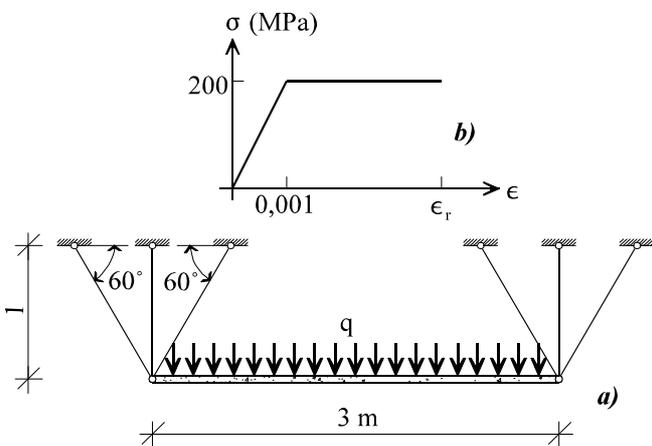


Figura 2

3. La viga de la figura 3a) tiene la sección indicada en la figura 3b). La curva de tensión-deformación del material es la mostrada en la figura 3d), tanto a tracción como a compresión. Se pide:

- Determinar el actor de forma de la sección.
- Encontrar el valor de la carga uniforme  $q$  (kN/m) que produce la plastificación de la cabeza en la sección más solicitada.
- Calcular el valor de la ductilidad necesaria para alcanzar el momento flector del apartado anterior.
- Para el valor de  $q$  del apartado b), encontrar la longitud de intervalo  $b$ , medida desde los apoyos, en el cual no plastifica ninguna fibra de la sección de la viga. (Examen septiembre 08.)

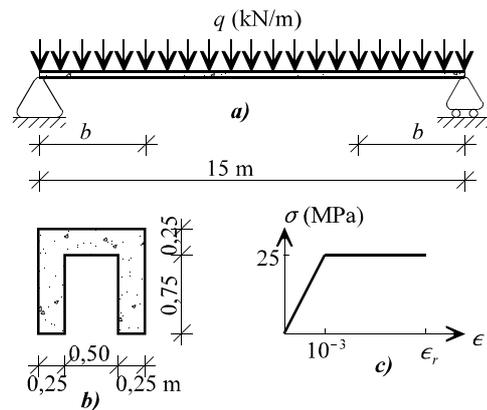


Figura 3

4. En la viga de la figura 4a), descargada, se observa la flecha residual que se acota en la propia figura. Se sabe que esta flecha residual se debe a que antes actuaron sendos momentos  $\pm M$  sobre los extremos de la viga (figura 4b)). La sección de la viga es la doble-T de la figura 4c), y la curva de tensión-deformación del material, la mostrada en la figura 4d). Para simplificar el cálculo se adoptará el diagrama de momento-curvatura linealizado de la figura 4e), en el cual  $M_e, \chi_e$  son los valores del momento elástico y su curvatura;

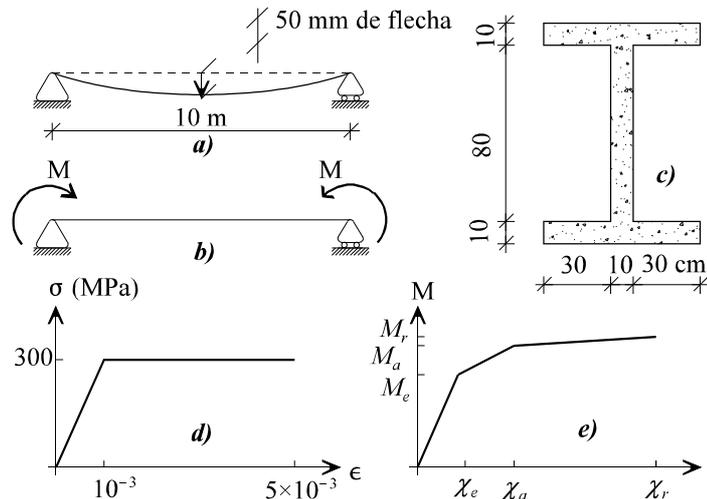


Figura 4

$M_a, \chi_a$  son los valores del momento que plastifica las alas y su curvatura, y  $M_r, \chi_r$  son los valores del momento y la curvatura de rotura de la sección (habida cuenta de la ductilidad limitada del material). Se desea conocer:

- Los valores de  $M_e, \chi_e, M_a, \chi_a, M_r, \chi_r$  necesarios para acotar el diagrama de momento-curvatura de la sección.
- Las leyes acotadas de momentos y curvaturas residuales de la viga descargada.
- La magnitud de los momentos  $\pm M$  que causaron la flecha residual que hoy se observa. (Examen febrero 00.)

5. Para la sección circular de la figura 5a), cuyo material tiene la tensión de fluencia que se anota en la misma figura, sometida a esfuerzos  $N$  (de compresión) y  $M$  (positivo), se pide:

- Obtener (en función del parámetro  $\alpha$ ) las ecuaciones de la curva de interacción  $\left( \frac{N_p''}{N_p}, \frac{M_p''}{M_p} \right)$  de las parejas de esfuerzos axial y flector que actuando conjuntamente agotan la sección.

2) Obtener las coordenadas de tres puntos de la ecuación anterior, los correspondientes a valores de  $\alpha$  de  $\pi/8$ ,  $\pi/4$  y  $3\pi/8$ ; y dibujar la curva definida por ellos.

3) Encontrar el coeficiente de seguridad frente al agotamiento de la misma sección cuando está sometida a los esfuerzos  $N$  y  $M$  dados en la figura 5b).

Se sugiere usar las fórmulas que se dan a continuación, del área y de la posición del centro de gravedad del segmento circular rayado en la figura 5c):

$$\text{Área} = \frac{1}{2}R^2(2\alpha - \text{sen}2\alpha) ; \quad y_G = \frac{4}{3}R \frac{\text{sen}^3\alpha}{2\alpha - \text{sen}2\alpha}$$

(Examen diciembre 05.)

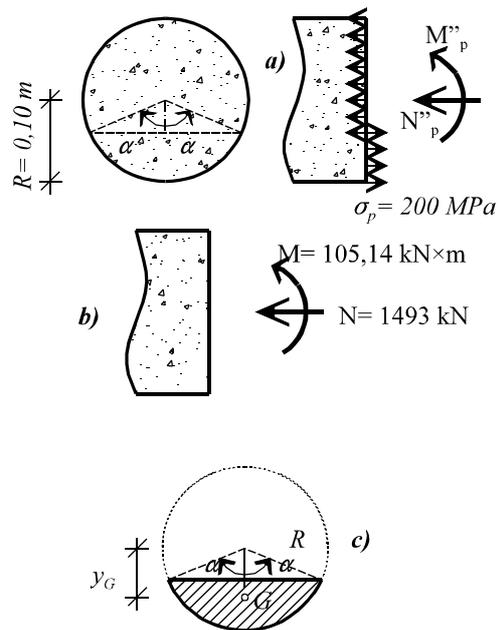


Figura 5

6. La ménsula de la figura 6a) tiene la sección rectangular de la figura 6b) y su material presenta el diagrama de tensión-deformación de la figura 6c) (tanto a tracción como a compresión), en el cual se observa que la ductilidad es limitada. Se pide:

a) Determinar el valor del parámetro  $P$  para el cual las cargas producen la plastificación de los 20 cm superiores de la sección del empotramiento.

b) Calcular la flecha en el extremo  $C$  para el valor de  $P$  del apartado anterior.

c) Calcular la flecha en el extremo  $C$  si después de alcanzar  $P$  el valor anterior se descarga por completo la viga. (Examen mayo 08.)

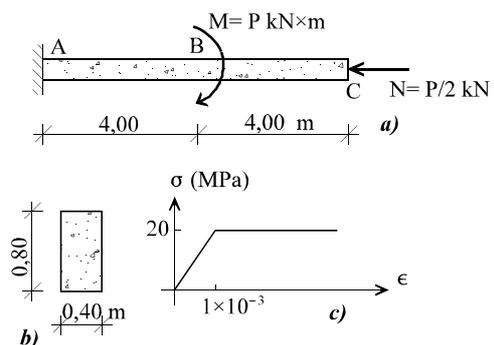


Figura 6

7. La sección en doble  $T$  de la figura 7a) está construida con un material cuyo criterio de plastificación es  $\sigma^2 + 4\tau^2 = (30.000)^2$  para tensiones normales  $\sigma$  y tangenciales  $\tau$  expresadas en  $\text{kN/m}^2$ . La viga de la figura 7b) tiene por sección la doble  $T$  de la figura 7a) y soporta las cargas mostradas. Se pide:

a) Determinar cuatro puntos del diagrama de interacción  $M'_p - Q'_p$  de la sección de la figura 7a), los correspondientes a  $Q_p$  (el cortante de plastificación),  $M_e$  (el momento elástico),  $M_a$  (el momento que plastifica las alas), y  $M_p$  (el momento plástico).

b) Determinar el valor  $P$  de las cargas puntuales que producen el de colapso de la viga, considerando que las secciones plastifican por la actuación conjunta de los esfuerzos cortante y flector. (Examen mayo 02.)

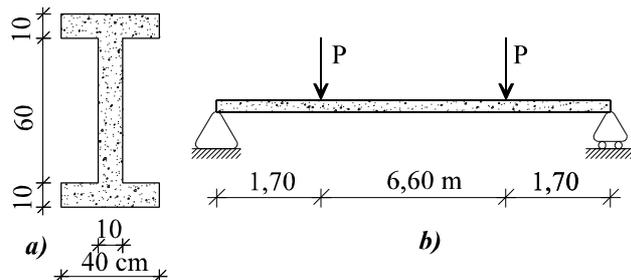


Figura 7

8. En la estructura porticada de la figura 8 se anotan los momentos de agotamiento de cada viga. Sobre la estructura actúan las tres cargas indicadas. Se pide:

a) Calcular la carga de agotamiento  $P$  correspondiente a cada uno de los mecanismos siguientes:

- 1) Rótulas en las secciones 3 y 4.
- 2) Rótulas en las secciones 3 y 5

b) De los dos mecanismos anteriores, dibujar la ley de momentos flectores del que pueda ser el de rotura.

c) Indicar razonadamente si este mecanismo es el de rotura. (Examen mayo 00.)

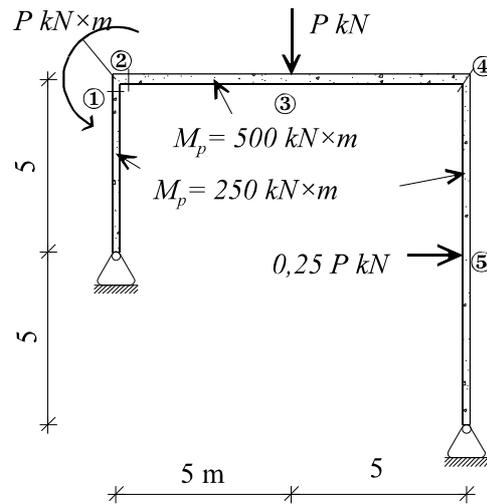


Figura 8

9. La estructura de la figura 9 es un pórtico atirantado, articulado en su extremo  $A$  y deslizante a  $45^\circ$  en su extremo  $B$ . Los momentos plásticos de las vigas  $AC$  y  $CB$  son de  $1000 \text{ kN} \times \text{m}$ , y el axil de plastificación del tirante  $AB$  es de  $100 \text{ kN}$ . Sobre la viga  $AC$  actúa una carga uniformemente repartida de valor total  $P \text{ kN}$ . Se pide:

a) Dibujar los mecanismos de rotura posibles y determinar sus cargas críticas. Para ello se situarán las rótulas de forma aproximada.

b) Dibujar el mecanismo de rotura verdadero y determinar su carga crítica. Se acotarán las posiciones de las rótulas con un error menor de  $10 \text{ cm}$ .

c) Dibujar y acotar la ley de momentos flectores en el agotamiento. (Examen mayo 08.)

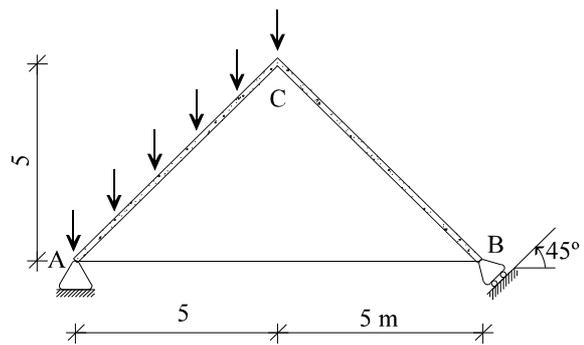


Figura 9

10. La estructura atirantada de la figura 10 está formada por tres vigas y un cable. Los esfuerzos de plastificación de cada pieza se anotan en la propia figura. Sobre la viga horizontal actúa una sobrecarga uniforme. Considerando que en la plastificación de las secciones de vigas influye únicamente el momento flector, se pide:

a) Dibujar todos los mecanismos de rotura posibles y determinar la sobrecarga  $q_p$  de cada uno.

b) Dibujar las leyes de esfuerzos axiales y momentos flectores del mecanismo de rotura verdadero. (Examen mayo 02.)

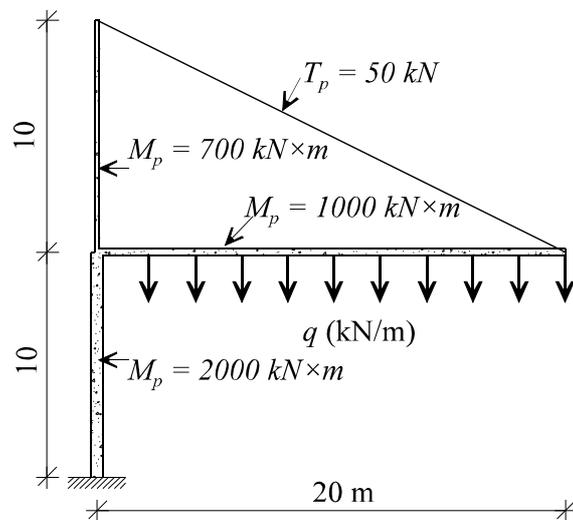
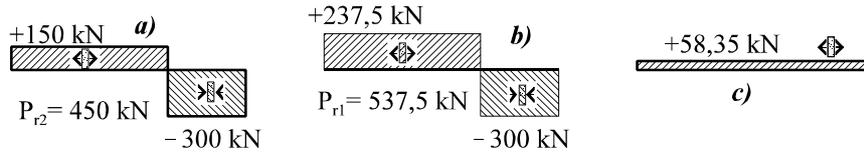


Figura 10

Resultados de las Prácticas Complementarias de Plasticidad 12-13

1)

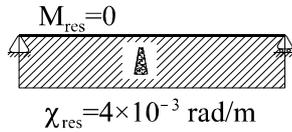


2) a) Rotura cables con  $q=32,79$  kN. b)  $\mu=1,333$ .

3) a)  $\lambda=1,673$ . b)  $q=14,35$  kN/m. c)  $b=2,80$  m.

4) a)  $M_e=196,4$  kN×m;  $\chi_e=2 \times 10^{-3}$  rad/m;  $M_a=221$  kN×m;  $\chi_a=2,5 \times 10^{-3}$  rad/m;  $M_r=236$  kN×m;  $\chi_r=10 \times 10^{-3}$  rad/m.

b )



c)  $M=228,66$  kN×m

5)

a) 
$$\frac{N''_p}{N_p} = 1 - \frac{2\alpha}{\pi} + \frac{\text{sen}2\alpha}{\pi}$$

b) 
$$\frac{M''_p}{M_p} = \text{sen}^3\alpha$$

$\alpha$	$N''_p/N_p$	$M''_p/M_p$
0	1	0
22,5	0,9751	0,056
45	0,8183	0,3535
67,5	0,4751	0,7285
90	0	1

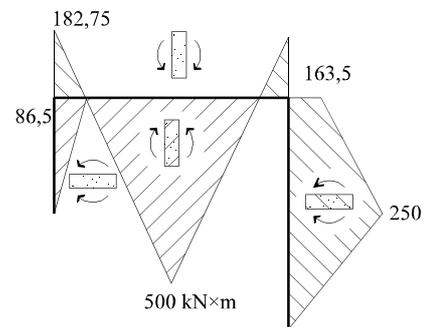
c)  $\gamma=2$ .

6) a)  $P=1.184$  kN. b)  $v_c=-147,12$  mm. c)  $v_{C,res}=-63,87$  mm.

7) a)

$M'_p$ (kN×m)	$Q'_p$ (kN)
762,66	$Q_p=945,9$
$M_e=875$	826,8
$M_a=1.020$	600
$M_p=1.110$	0

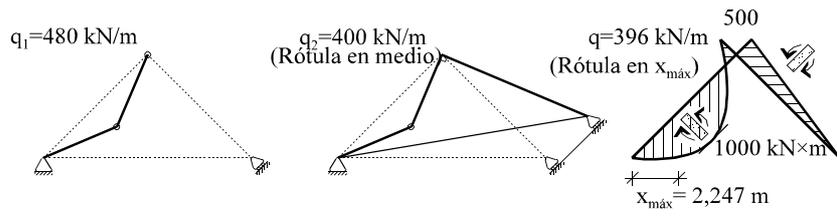
b)  $P_p=600$  kN.



8) a)  $P_1=297,3$  kN;  $P_2=269,25$  kN. c) Es el verdadero mecanismo porque el momento flector no excede el  $M_p$  de ninguna viga y alcanza  $M_p$  en las secciones con rótula.

Figura 8b

9)



10)

