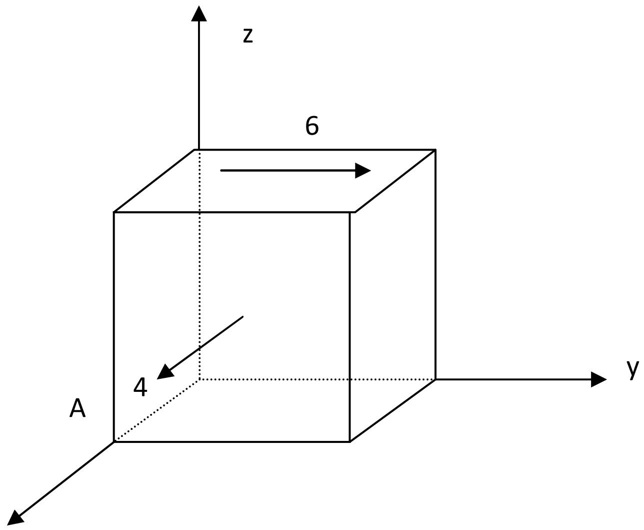
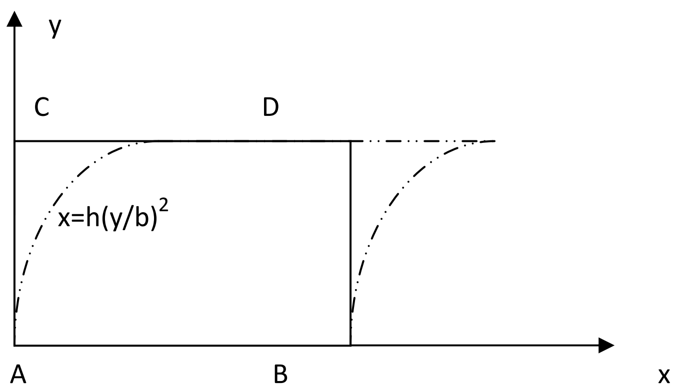
EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS DE ELASTICIDAD AÑO ACADÉMICO 2011-2012

Prob 1. Sobre las caras de un paralepípedo elemental que representa el entorno de un punto de un sólido elástico existen las tensiones indicadas expresadas en MPa. Se pide:

a. Calcular los planos cuyos vectores tensión son perpendiculares a dichos planos así como las componentes intrínsecas de los vectores tensión.
b. Calcular las componentes intrínsecas del vector tensión correspondiente a un plano cuya normal forma ángulos iguales con los semiejes positivos del sistema cartesiano ortogonal Oxyz.

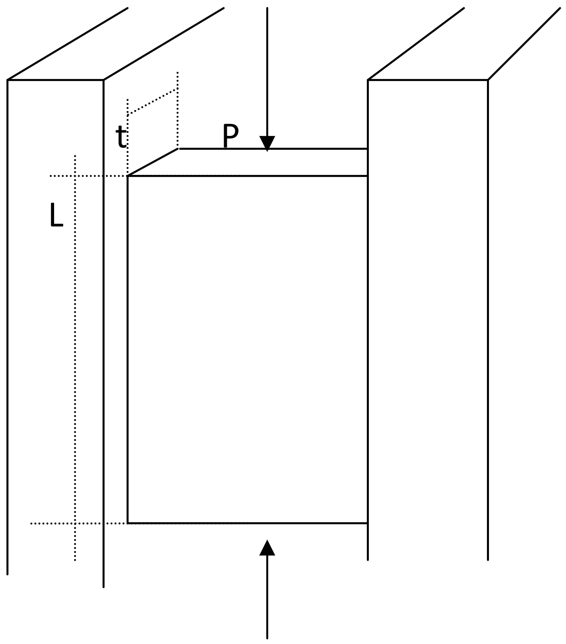


Prob 2. La placa rectangular ABCD se deforma como se indica en la Figura siendo su deformada la dibujada a trazos discontinuos en dicha Figura. Calcule la distorsión angular del ángulo que forman los semiejes positivos x e y en: a) cualquier punto de la placa b) en el centro de la placa y c) en A.



Prob 3. La sección rectangular de dimensiones a x b = 100 x 50 mm de una barra de longitud L= 2 m está sometida a una tracción de 500 kN. Debido a dicha carga, la longitud de la barra experimenta un alargamiento de 1 mm y la dimensión denotada por b una contracción lateral de -0,007 mm. Se pide: 1. Módulo de elasticidad longitudinal de la barra; 2. Coeficiente de Poisson; 3. Variación de la dimensión denotada por a; 4. Dimensiones de la sección recta si se le somete a una tracción de 400 kN.

Prob 4. Una placa de longitud L, anchura b y espesor t está encajada entre dos paredes rígidas tal como se indica en la Figura. Bajo la acción de las fuerza P, se pide las tensiones que se producen en la placa, las deformaciones unitarias y el cambio de volumen. Se considerará un estado homogéneo de tensiones y de deformaciones. El contacto entre la placa y las paredes es liso (sin rozamiento). El material de la placa es de constantes E y ν.

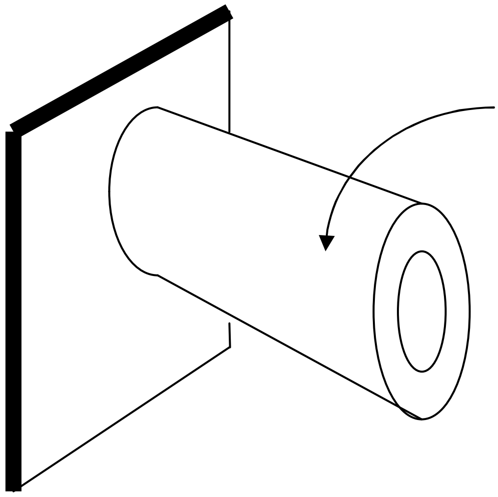


Prob 5. Calcular las tensiones existentes en una barra cuya sección transversal es un triángulo equilátero sometida a momento torsor. Calcular también la rigidez torsional de dicha barra.

Prob 6. A un cilindro macizo de acero de radio b se le adosa perfectamente un tubo de cobre de radio interior b y radio exterior c. El elemento compuesto trabaja como un único componente al no existir movimiento relativo en la superficie de contacto entre ambos materiales. El cilindro compuesto se utiliza como viga empotrada (Ver Figura 4) aplicándose el momento torsor T en el extremo libre. Se pide:

a. Calcular las máximas tensiones cortantes que se producen en el acero y en el cobre.

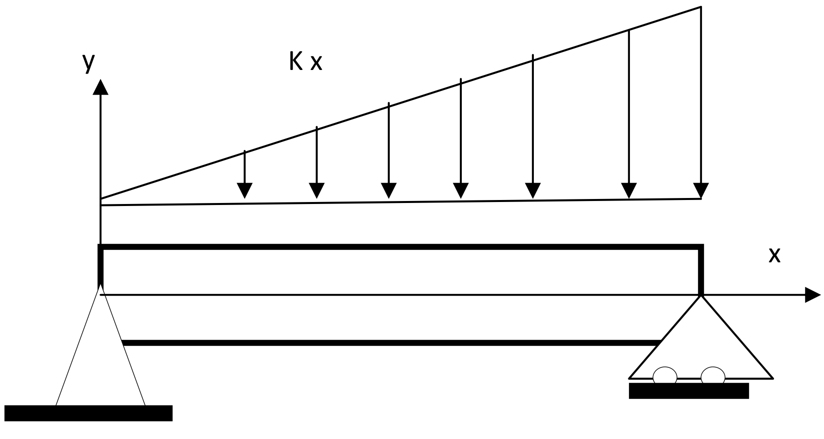
b. Calcular el ángulo de giro del extremo libre respecto de la sección que está empotrada.



Prob 7. La viga que se muestra en la figura 5 es de espesor unidad, longitud L y canto 2h y está sometido a una carga proporcional a la distancia x. Considerando la siguiente función de Airy de tensión $\phi = A_{11}xy + A_{30}x^3 + A_{31}x^3y + A_{13}xy^3 + A_{15}xy^5 + Ax^3y^3$ para los ejes dibujados en la figura, se pide:

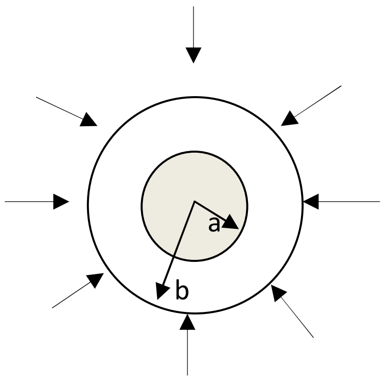
1. Verificar que la función dada es una función de Airy de tensión. Se indicará claramente la condición que se considere
2. Determinar las condiciones de contorno
3. Calcular las constantes de la función de Airy para dichas condiciones de contorno.

Comparar la solución obtenida con la que se obtiene de resistencia de materiales.



Prob 8. Obtenga los desplazamientos del problema 7 y compare la solución con la solución que se obtiene en resistencia de materiales para los desplazamientos del eje neutro.

Prob 9. Un cilindro hueco (un tubo) de gran longitud axial está adosado perfectamente (sin holgura) a un cilindro macizo rígido (indeformable) que también tiene gran longitud axial. Inicialmente las piezas no sufren tensiones ni deformaciones. Se aplica en toda la superficie lateral exterior del tubo una presión de valor p constante. El tubo de constantes elásticas E y ν sufre por la acción de la presión deformaciones infinitesimales. En la Figura se representa la sección transversal del ensamblaje así como la acción de la presión sobre dicha sección transversal. El cilindro macizo tiene un radio de valor a. El radio interior del tubo es de valor a mientras que el radio exterior es de valor b.



Se considera la siguiente función de tensión de Airy en coordenadas polares para la resolución del problema

$\phi = M \log r + N r^2$

donde M y N son constantes, el origen de coordenadas (para la distancia r) está en el centro de los círculos de la Figura y log indica el logaritmo neperiano.

Se pide:

1. Explicar de forma razonada las hipótesis que permiten analizar este ensamblaje como un problema en dos dimensiones.

2. Expresar las componentes del tensor de tensiones en función de las constantes M y N.

3. Expresar los desplazamientos en función de las constantes M y N.

4. Expresar las condiciones de contorno en tensiones y desplazamientos

5. Calcular las constantes M y N.

Para la resolución del problema se considera p = 2 MPa, E = 2 10^8 MPa, ν = 0,25, a= 20 cm, b = 30 cm.

Prob. 10. Las coordenadas cilíndricas (r, θ,z) se utilizan en elasticidad para resolver distintos problemas, por ejemplo, el estudio de componentes o elementos en los que aparece simetría axial (simetría en el eje z). La ecuación diferencial de equilibrio expresada en tensiones en la dirección radial en coordenadas cilíndricas tiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta}+\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z}+\frac{(\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta})}{r}+F_r=0 \quad (1)$$

Donde F_r representa las fuerzas de volumen y se está utilizando la notación habitual para las componentes del tensor de tensiones.

En el estudio de tubos (cilindros huecos) de gran longitud axial y espesor de pared delgada y uniforme a lo largo de su eje dicha ecuación diferencial se reduce a

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{(\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta})}{r}=0 \qquad (2)$$

Se pide:

a. Explicar claramente las razones por las que en el estudio de dichos tubos se utiliza la ecuación diferencial (2) y no la general, dada por (1), i.e. enumere de forma razonada las condiciones que deben tenerse en cuenta en el estudio de este tipo de problemas para llegar a la ecuación (2) partiendo de la ecuación (1).

b. Dado un tubo de estas características, con radio interno R_0 y radio externo R, sometido a presión interna p, calcular la componente σ_{rr} del tensor de tensiones en cualquier parte del espesor del tubo.