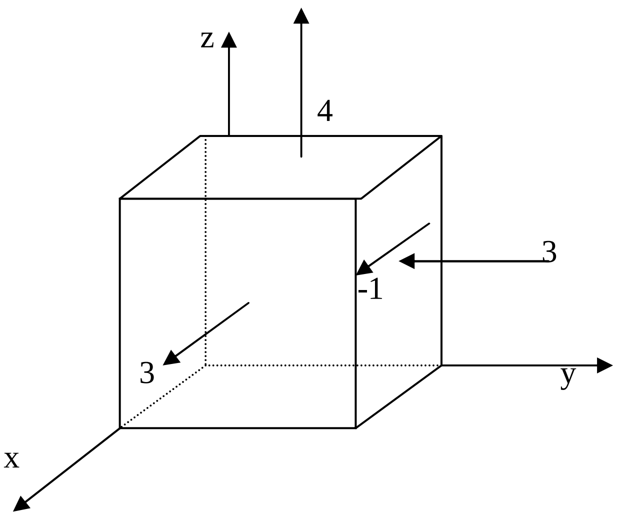
PRÁCTICAS DE ELASTICIDAD AÑO ACADÉMICO 2012-2013

Prob 1. El estado tensional de un punto de un sólido elástico se indica en la Figura donde las tensiones se expresan en MPa. Se pide:

a. Calcular el vector tensión correspondiente al plano cuya normal exterior es el vector 1. (1,0,0); 2. (-1,0,0); 3. (0,1,0); 4. $(1/2^{1/2}, 1/2^{1/2}, 0)$
b. Componentes intrínsecas del vector tensión correspondiente a los planos del apartado a.
c. La matriz de transformación que lleva al sistema de coordenadas principal.



Prob 2. A Una pieza plana de acero se encuentra sometida al estado tensional homogéneo dado por:

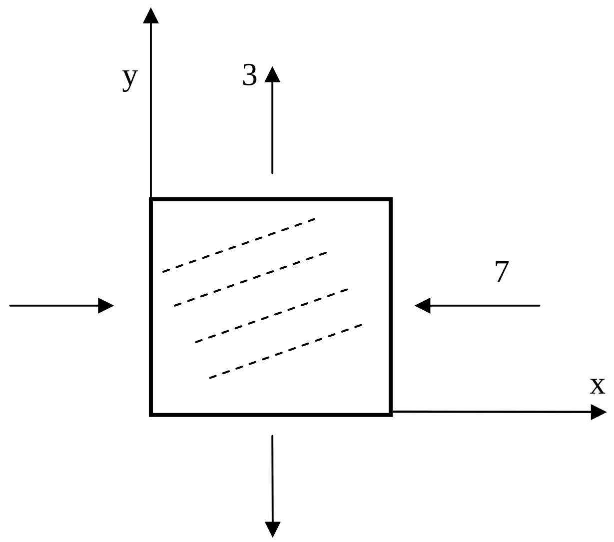
$$[\sigma]=\begin{bmatrix} 7 & 5 \\ x & 2 \end{bmatrix}$$

Se pide:

1. Tensiones y direcciones principales. Comprobar que las direcciones principales son perpendiculares.
2. Tensiones máximas de cortadura y sus direcciones
3. Reinterpretar el problema si la pieza está en tensión plana y forma parte de una estructura tridimensional

2. B

La figura representa el estado tensional en MPa (homogéneo) de una pieza plana que forma parte del ala de un avión. Las líneas a trazos representan la dirección de las fibras refuerzo del ala del avión. Dichas fibras forman un ángulo de 15 grados con el eje x. Se pide: determinar el estado tensional de las fibras: ¿las fibras están sometidas a tracción o a compresión? ¿Se podría deducir que las fibras se van a extender o a contraer?



Prob 3.A Una deformación homogénea se dice que es pura (dilatación o contracción) cuando no existe distorsión angular. Se pide:

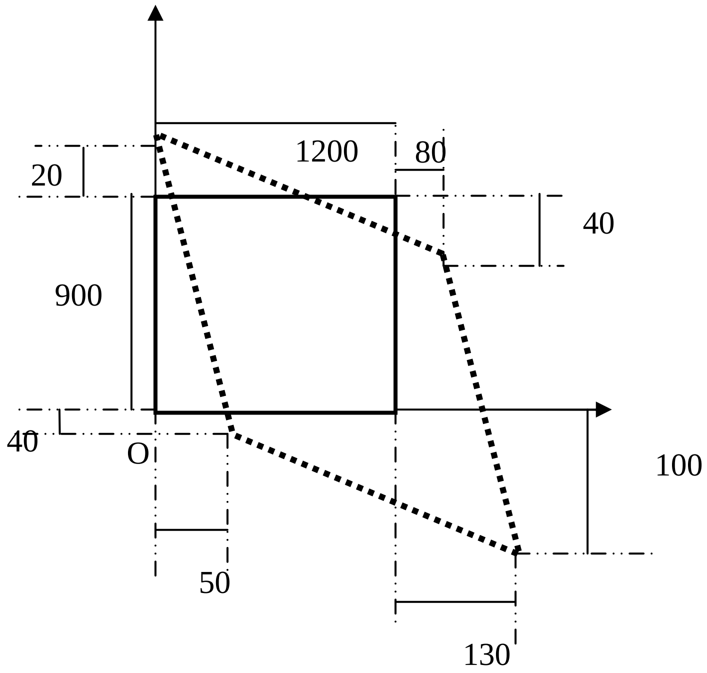
1. Deducir las ecuaciones de los desplazamientos en coordenadas cartesianas que expresan una dilatación pura.
2. Deducir dichas ecuaciones en coordenadas esféricas.

Indicar las ecuaciones de los desplazamientos de una deformación homogénea que se generan en una barra cilíndrica (o prismática) sometida a tracción o compresión uniforme.

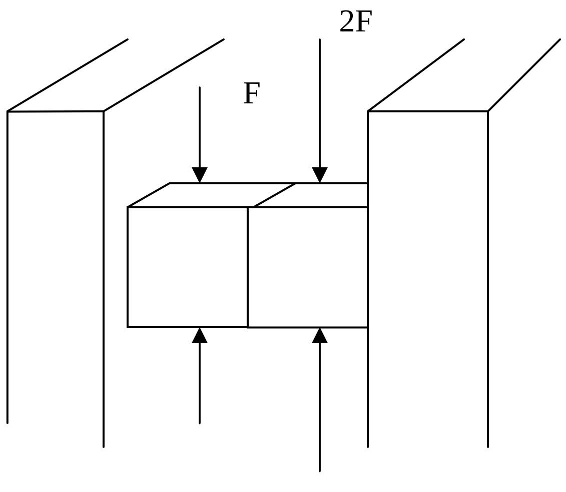
3.B El vector desplazamiento de un medio continuo tiene las siguientes componentes u = C (10x+3y), v= C (3x+2y), w= 6 C z, donde C es una constante. Se pide:

a. La matriz de deformación (tensor de deformación)
b. Valores y direcciones principales
c. La matriz de transformación que lleva al sistema de coordenadas principal.
d. La deformación longitudinal unitaria en las direcciones dadas por los vectores (0,1,0) y ($1/2^{1/2}$, $1/2^{1/2}$,0).
e. Distorsión angular del ángulo entre los vectores ($1/2^{1/2}$, $1/2^{1/2}$,0) y ($-1/2^{1/2}$, $1/2^{1/2}$,0).

Prob 4. La placa rectangular de la Figura 2 se deforma siendo su deformada la que se indica también en la Figura (línea discontinua en la figura). Todas las distancias son en mm. Calcular el tensor de deformación en el punto angular O (Nota: se considera un estado homogéneo de deformaciones en la placa)



Prob 5. Dos cubos de arista unidad se apoyan entre sí encajados en una ranura tal como se indica en la Figura. Las paredes en las que se apoyan los cubos se consideran rígidas. Bajo la acción de las fuerzas indicadas, se pide las tensiones que se producen en los cubos así como las deformaciones unitarias en cada cubo. Se considerará un estado homogéneo de tensiones y de deformaciones en ambos cubos. El contacto entre los cubos y las paredes es liso (sin rozamiento). El material de los cubos es de constantes E y ν. Plantear el mismo problema si los cubos son de arista de valor A.

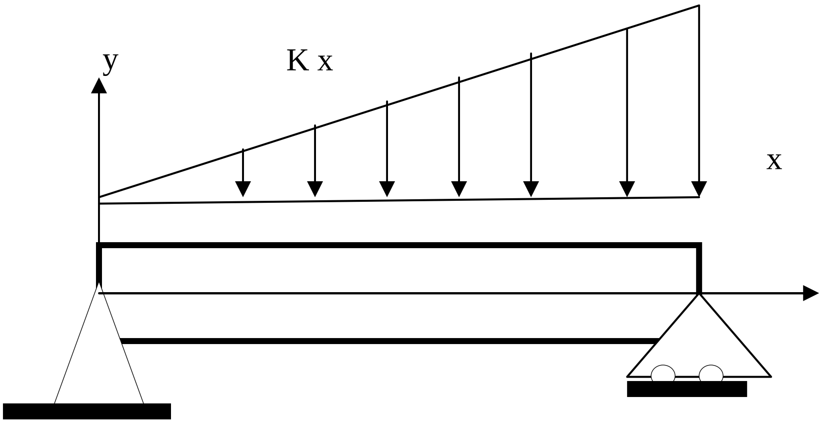


Prob. 6. Calcular las tensiones debidas a un momento torsor en una barra cilíndrica que tiene por sección transversal un triángulo equilátero de altura a. Calcular también la rigidez torsional.

Prob. 7. La viga que se muestra en la figura 5 es de espesor unidad, longitud L y canto 2h y está sometido a una carga proporcional a la distancia x. Considerando la siguiente función de Airy de tensión $\phi = A_{11}xy + A_{30}x^3 + A_{31}x^3y + A_{13}xy^3 + A_{15}xy^5 + Ax^3y^3$ para los ejes dibujados en la figura, se pide:

1. Verificar que la función dada es una función de Airy de tensión. Se indicará claramente la condición que se considere
2. Determinar las condiciones de contorno
3. Calcular las constantes de la función de Airy para dichas condiciones de contorno.

Comparar la solución obtenida con la que se obtiene de resistencia de materiales.

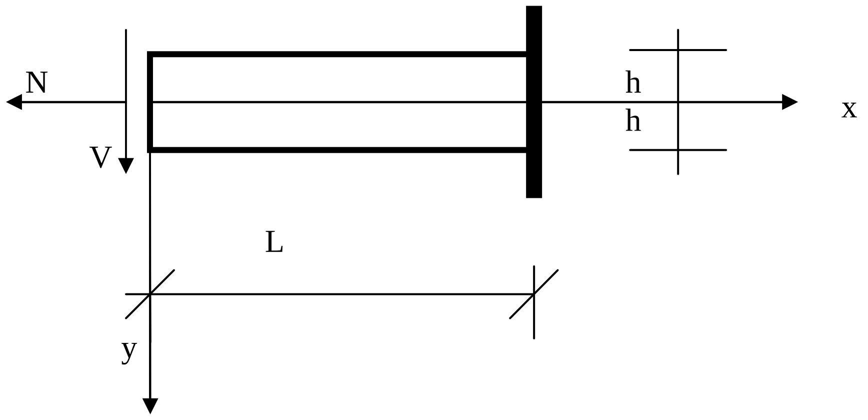


Prob. 8. La viga de la figura de espesor unidad, longitud L y canto 2h está empotrada perfectamente en uno de sus extremos. Se aplican dos fuerzas en el extremo libre de la viga como se indica en la figura. La fuerza horizontal es de valor N y está aplicada en el centro de la sección transversal de la viga. La fuerza vertical es de valor V y también pasa por el centro de la sección transversal. Considerando la siguiente función de Airy de tensión

$$\phi = Axy + Bxy^3 + Cy^2$$

para los ejes dibujados en la figura que tienen su origen en el centro de la sección transveral de la viga, se pide:

1. Verificar que la función dada es una función de Airy de tensión. Se indicará claramente la condición que se considere.
2. Determinar las condiciones de contorno en fuerzas y tensiones.
3. Calcular los valores A, B y C de la función de Airy para dichas condiciones de contorno.
4. Comparar la solución obtenida con la que se obtiene de resistencia de materiales en el punto de coordenadas x = L/2, y = -h/4



Prob. 9.
Se tienen dos anillos de sección circular de pared delgada con las siguientes dimensiones y características. El anillo 1 está formado por un material con módulo elástico $E_1 = 2\ 10^7$ N/cm^2, tiene una dimensión axial de 1 cm, un espesor de pared de 2 mm, un radio medio de 20,2 cm y su radio interior es 0,3 mm menor que el radio exterior del anillo 2. El anillo 2 está formado por un material con módulo elástico $E_2 = 10^7$ N/cm^2, tiene una dimensión axial de 1 cm, un radio medio de 19,98 cm y un espesor de pared de 3 mm. Se calienta el anillo 1 de tal manera que el anillo 2 se introduce en el mismo y, tras enfriarse, ambos anillos quedan encajados formando un único elemento. Se pide:

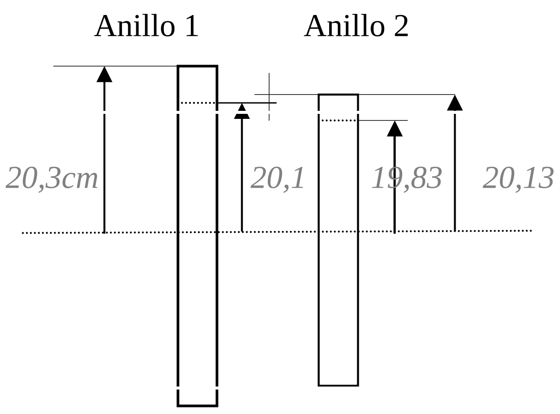
1. Presión existente entre los anillos tras el enfriamiento, esto es, la presión de contacto entre los dos anillos. (Nota: se indicará claramente la ecuación de compatibilidad utilizada).
2. Tensiones en los anillos tras el enfriamiento

Se somete al conjunto a una presión en su radio interno de 60 N/cm^2, se pide

3. Presión de contacto entre los anillos debido exclusivamente a la presión de 60 N/cm^2. (Nota: se indicará claramente la ecuación de compatibilidad utilizada).

4. Tensiones totales en los anillos teniendo en cuenta las debidas al montaje y las debidas a la presión de 60 N/cm^2.

Se recomienda utilizar para la resolución del problema la hipótesis de cilindros de pared delgada así como un radio de cálculo de 20 cm para ambos anillos.
Vista de perfil de ambos anillos antes del montaje indicando que el radio interior del anillo1
es 0,3 mm menor que el radio exterior del anillo



Prob. 10. La figura representa un suelo sometido a las cargas (expresadas por unidad de longitud) que se indican. Se pide, para el punto A -que se encuentra a una distancia de 5 m de cada una de las cargas- y en el plano dibujado:

1. Calcular las tensiones principales
2. Dibujar en al plano las direcciones principales de tensión
3. Tensión cortante máxima y su dirección

Del mismo modo, para el punto B (que se encuentra en la línea de acción de una de las cargas) y en el plano dibujado:

1. Calcular las tensiones principales
2. Dibujar en al plano las direcciones principales de tensión

Nota: La solución cuando se aplica una única carga P que genera compresión en el suelo se obtiene con la función de tensión $\phi = -(1/\pi) P r \theta \operatorname{sen} \theta$, donde las coordenadas se indican en la figura adjunta respecto de la carga P aplicada.

Se tomará P = 100 KN/m