

Figura 1

En la sección mixta de hormigón y acero de la figura 1a se miden experimentalmente las siguientes deformaciones: $\epsilon_s = -0,5 \times 10^{-3}$ en la cara superior y $\epsilon_i = +0,5 \times 10^{-3}$ en la cara inferior. Los módulos de elasticidad de los materiales se dan en la propia figura. Se pide:

a) Dibujar el diagrama de deformaciones de la sección y calcular su curvatura.

b) Dibujar el diagrama de tensiones de la sección.

c) Calcular qué esfuerzos han producido las deformaciones medidas en la sección.

a) El diagrama de deformaciones será recto conforme a la **hipótesis de Navier**. Se dibuja en la figura 1b. La curvatura es la *inclinación* de dicho diagrama de deformaciones:

$$\chi = -\frac{\epsilon_s - \epsilon_i}{h} = 0,833 \times 10^{-3} \text{ rad/m}$$

b) Para pasar de deformaciones a tensiones basta multiplicar por el módulo de elasticidad del material correspondiente. Así se obtiene el diagrama de tensiones *reales* de la figura 1c. (Designamos con los subíndices *s*, *i* a las fibras superior e inferior, y con los subíndices *a*, *b* al acero y al hormigón, respectivamente.)

c) Las características mecánicas de las subsecciones de acero y hormigón son:

$$A_a = 342,50 \text{ cm}^2 ; I_a = 582.589 \text{ cm}^4$$

$$A_b = 2.000,00 \text{ cm}^2 ; I_b = 66.667 \text{ cm}^4$$

Calculamos los esfuerzos que sufre cada sección separadamente y resultan:

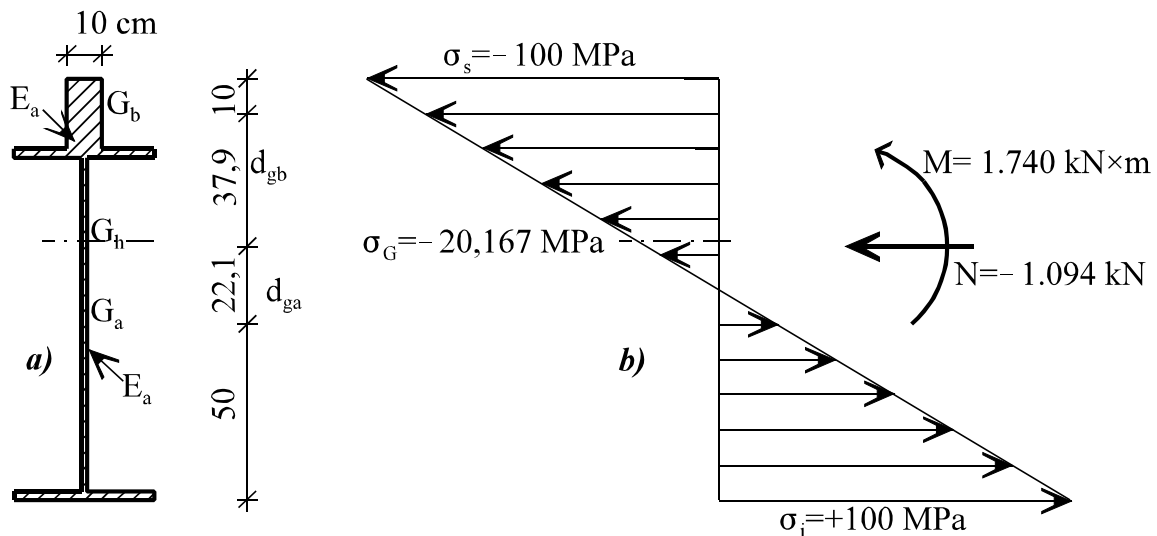
$$N_a = \frac{\sigma_{sa} + \sigma_{ia}}{2} A_a = +570,83 \text{ kN}$$

$$M_a = -\frac{\sigma_{sa} - \sigma_{ia}}{h_a} I_a = 970,99 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$N_b = \frac{\sigma_{sb} + \sigma_{ib}}{2} A_b = -1.666,67 \text{ kN}$$

$$M_b = -\frac{\sigma_{sb} - \sigma_{ib}}{h_b} I_b = 11,11 \text{ kN} \times \text{m}$$

Es claro que el esfuerzo axil es $N_a + N_b = -1.095,84$ kN pero el valor del momento flector dependerá de en qué fibra lo midamos. No está claro cuál es el c.d.g. de la sección ni sabemos cómo recalcular $\chi = M/EI$ para comprobar resultados. Salvamos estos inconvenientes trabajando con la sección homogeneizada.



Sección homogeneizada

Diagrama de tensiones homogeneizadas

Figura 2

Sección homogeneizada. La sección homogeneizada de la figura 2a se obtiene suponiéndola toda ella compuesta por un **único material**, el acero en este caso, y reduciendo las dimensiones ancho del otro material por el coeficiente $n = E_b/E_a = 0,1$. Suponemos, para compensar, que las tensiones que sufre son las que se obtendrían con el módulo E_a del material de referencia (el mismo para toda la sección, figura 2b). De esta forma obtendremos en cada parte los mismos esfuerzos del caso anterior pero con un **diagrama lineal de tensiones homogeneizadas** (virtuales), que nos permite aplicar las fórmulas de Navier.

Para esta sección homogeneizada (subíndices h) necesitamos sus características mecánicas.

$$A_{bh} = 200 \text{ cm}^2 ; I_{bh} = 6.667 \text{ cm}^4$$

$$A_h = A_a + A_{bh} = 542,5 \text{ cm}^2$$

$$d_{ga} = 60 \frac{A_{gb}}{A_h} = 22,1 \text{ cm} ; d_{gb} = 60 \frac{A_{ga}}{A_h} = 37,9 \text{ cm}$$

$$I_h = I_a + A_a \times d_{ga}^2 + I_{bh} + A_{bh} \times d_{gb}^2 = 1.043.818 \text{ cm}^4$$

La tensión en el c.d.g G_h de la sección homogeneizada es (figura 2b):

$$\sigma_G = +100 - \frac{200}{h} \times (0,50 + d_{ga}) = -20,167 \text{ MPa}$$

que coincide con el valor conocido de N/A_h (salvo errores de redondeo en d_{ga}). Veamos qué esfuerzos nos resultan aplicando las fórmulas de Navier en esta sección homogeneizada:

$$N = \sigma_G \times A_h = -1.094 \text{ kN}$$

$$M = -\frac{\sigma_s - \sigma_i}{h} I_h = 1.740 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Comprobaciones. Con estos esfuerzos obtenemos:

$$\chi = \frac{M}{E_a I_h} = \frac{1.740}{2 \times 10^8 \times 1.043.818 \times 10^{-8}} = 0,833 \times 10^{-3} \text{ rad/m}$$

$$\sigma_i = \frac{-1.094}{542,5 \times 10^{-4}} + \frac{1.740}{1.043.818 \times 10^{-8}} (0,50 + 0,221) \approx 100.000 \text{ kN/m}^2$$

Los esfuerzos que obtuvimos sin homogeneizar dan en la fibra G de la sección homogeneizada:

$$M_G = M_a + M_b + N_a \times d_{ga} - N_b \times d_{gb} = 1.740 \text{ kN}\cdot\text{m}$$